

Hoja de ejercicios 4
Metodología y tecnología de la programación
Esquema divide y vencerás

1. Dados dos vectores de enteros $X[1..n]$ e $Y[1..n]$ con $n \geq 1$ ordenados en forma creciente, escribir un algoritmo para hallar la mediana del vector formado por el total de los $2n$ elementos.
2. Dado un vector $V[1..n]$ y un número natural k entre 1 y $n-1$, diseñar un algoritmo eficiente que transponga los k primeros elementos de V con los elementos en las $n - k$ últimas posiciones, sin hacer uso de un vector auxiliar. Por ejemplo, si V es el siguiente vector con 10 elementos

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

y $k = 3$, el resultado deseado es

d	e	f	g	h	i	j	a	b	c
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

3. Dado un vector de n elementos $T[1..n]$ (no necesariamente ordenables), se dice que un elemento es *mayoritario en T* si aparece más de $n/2$ veces en T . Se pide:
 - a) Escribir un algoritmo que decida en tiempo $O(n \log n)$ si un vector $T[1..n]$ contiene un elemento mayoritario y devuelva tal elemento cuando exista.
 - b) Suponiendo que el array $T[1..n]$ puede ordenarse, escribir un algoritmo de orden lineal que decida si $T[1..n]$ contiene un elemento mayoritario y devuelva tal elemento cuando exista.
 - c) Hacer lo mismo que en el apartado anterior, pero sin suponer que los elementos se pueden ordenar.
4. Juan Perdedor es aficionado al juego y todas las noches va a jugar una partida de póker. Como es un jugador responsable, para controlar sus pérdidas, anota lo que gana y lo que pierde cada noche como un número entero de euros. Por ejemplo, la siguiente tabla muestra los resultados cosechados por Juan Perdedor en el último mes:

					29	-7
14	21	30	-47	1	7	-39
23	-20	-36	-41	27	-34	7
48	35	-46	-16	32	18	5
-33	27	28	-22	1	-20	-42

Se observa que empezó bien el mes con una ganancia de 29 euros pero terminó con una pérdida de 42 euros. El beneficio total obtenido a lo largo de todo el mes es -50 euros. Analizando esta información Juan Perdedor se da cuenta de que si hubiera empezado a jugar el día 16 y terminado el día 26, habría maximizado sus ganancias, obteniendo 105 euros, una diferencia de 155 euros con respecto a su situación actual.

Dado un vector de ganancias/pérdidas de longitud n se desea encontrar el subvector sobre el cual se obtiene el beneficio total máximo.

- a) Desarrollar un algoritmo iterativo de coste $\Theta(n^2)$
- b) Desarrollar un algoritmo de tipo divide y vencerás de coste $\Theta(n \log n)$.
- c) Desarrollar un algoritmo de tipo divide y vencerás de coste $\Theta(n)$.
- d) Desarrollar un algoritmo iterativo de coste $\Theta(n)$

5. En una habitación oscura se tienen dos cajones en uno de los cuales hay n tornillos de varios tamaños, y en el otro las correspondientes n tuercas. Es necesario emparejar cada tornillo con su tuerca correspondiente, pero debido a la oscuridad no se pueden comparar tornillos con tornillos ni tuercas con tuercas, y la única comparación posible es la de intentar enroscar una tuerca en un tornillo para comprobar si es demasiado grande, demasiado pequeña, o se ajusta perfectamente al tornillo.
- a) Demostrar que cualquier algoritmo para resolver este problema debe realizar $O(n \log n)$ comparaciones en el caso peor.
 - b) Desarrollar un algoritmo Divide y Vencerás para emparejar los tornillos con las tuercas que use $\theta(n \log n)$ comparaciones en término medio.