

---

MODELACIÓN DEL SISTEMA NO LINEAL  
DE UN HELICÓPTERO



**Guillermo Martínez Sánchez. Departamento de Arquitectura de Computadores y Automática. UCM.  
Englobado en el proyecto de doce créditos "Control de Sistemas". Dirigido por Jesús Manuel de la Cruz.**

---

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 1     | INTRODUCCIÓN.....  | 3  |
| 2     | EL MODELO MATEMÁTICO.....                                    | 4  |
| 2.1   | DINÁMICA DEL CUERPO RÍGIDO.....                              | 8  |
| 2.2   | GENERACIÓN DE FUERZAS Y MOMENTOS.....                        | 11 |
| 2.3   | PARAMETROS Y ECUACIONES DEL SISTEMA.....                     | 15 |
| 2.4   | PERTURBACIONES POR TURBULENCIA ATMOSFERICA16                 |    |
| 2.4.1 | Condiciones atmosféricas.....                                | 17 |
| 2.4.2 | Simulación de la turbulencia.....                            | 18 |
| 3     | EL MODELO EN SIMULINK.....                                   | 19 |
| 3.1   | CÁLCULO DE LA ORIENTACIÓN DE LA AERONAVE... 21               |    |
| 3.1.1 | Cálculo de Rotación.....                                     | 21 |
| 3.1.2 | Cálculo Angular.....   | 28 |
| 3.2   | CÁLCULO DE ACELERACIONES TIERRA.....                         | 30 |
| 3.2.1 | Cálculo aceleración Z.....                                   | 31 |
| 3.2.2 | Cálculo aceleración Y.....                                   | 32 |
| 3.2.3 | Cálculo aceleración X.....                                   | 33 |
| 3.3   | PERTURBACIÓN ATMOSFÉRICA.....                                | 34 |
| 3.3.1 | Cálculo de los coeficientes de condiciones atmosféricas..... | 35 |
| 3.3.2 | Filtro de Dryden: componente vertical del viento.....        | 35 |
| 3.3.3 | Filtro de Dryden: componente longitudinal del viento.....    | 36 |
| 3.3.4 | Filtro de Dryden: componente lateral del viento.....         | 36 |
| 4     | VALIDACIÓN DEL MODELO.....                                   | 38 |
| 4.1   | BREVE DESCRIPCIÓN DE LOS ALGORITMOS GENETICOS                | 38 |
| 4.2   | BUSQUEDA DE LAS CONDICIONES DE EQUILIBRIO... 39              |    |
| 4.2.1 | Codificación del algoritmo.....                              | 40 |
| 4.2.2 | Función de evaluación.....                                   | 41 |
| 4.2.3 | Operadores cruce y mutación.....                             | 41 |
| 4.2.4 | Población, sustituciones y número de generaciones.....       | 41 |
| 4.2.5 | Operador superindividuo.....                                 | 41 |
| 4.3   | USO DE LA FUNCIÓN “TRIM” DE SIMULINK.....                    | 42 |
| 4.4   | OBTENCIÓN DE RESULTADOS Y VALIDACIÓN DEL MODELO              | 42 |
| 5     | LINEALIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN.....                  | 45 |
| 5.1   | RELACIONES ENTRADA-SALIDA.....                               | 46 |
| 5.2   | MODOS DE OPERACIÓN Y ACOPLAMIENTO DE ESTADOS                 | 47 |
| 6     | CONCLUSIONES Y LINEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN.              | 49 |
| 7     | REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....                              | 49 |

---

---

## INTRODUCCIÓN.

Se ha desarrollado recientemente un considerable interés en la construcción, modelado y control de helicópteros autónomos ([1],[3],[4],[5]) a pequeña escala dada la gran variedad de aplicaciones de los vehículos aéreos sin tripulante en áreas tan diversas como búsqueda y rescate, vigilancia y misiones militares. Las dificultades asociadas con el modelado completo y control de un helicóptero a escala real están presentes en las maquetas de helicóptero, pero además el comportamiento dinámico de estas es considerablemente diferente de aquellos a escala real. Las aproximaciones al modelado y al control de estas maquetas han de ser cuidadosamente reconsideradas frente a los modelados de tamaño real, y modificadas para adaptarlas al marco requerido.

En el siguiente trabajo se intentará **crear un modelo** operativo del sistema del helicóptero a escala maqueta en el ordenador; un modelo con el cual poder realizar simulaciones y que sirva de herramienta para diseñar diferentes controladores, lineales y no lineales, y para probar su efectividad mediante simulaciones.

Se empezará construyendo un **modelo matemático** en ecuaciones diferenciales extraídas de la física que gobierna los diferentes aspectos del sistema a tener en cuenta; esto es, aquellos aspectos imprescindibles para diseñar y probar el funcionamiento de diferentes controladores, y su posterior simulación. Se detallarán las variables involucradas en el sistema, y se dará una representación en variables de estado. Se incluye un modelo de perturbaciones atmosféricas basado en el espectro de Dryden.

A continuación se describirá la **construcción del modelo en el ordenador**, en un entorno MATLAB Simulink, muy apropiado para representar ecuaciones diferenciales no lineales y el diseño de subsecuentes controladores. Se relacionarán los diferentes módulos Simulink con el modelo matemático y se expondrán las dificultades encontradas en la construcción, y cómo se superaron.

La **validación del modelo** será el siguiente apartado a tratar. Se conseguirá hallando las condiciones de trimado del sistema, y comparándolas con fuentes fidedignas. Se usarán dos procesos para hallar las condiciones de equilibrio: Una búsqueda local mediante Algoritmos Genéticos y el uso de funciones propias de Simulink para obtención de puntos de equilibrio. Se discutirá brevemente el diseño del algoritmo y sus características, las búsquedas realizadas y los resultados encontrados. Finalmente, se dará por válido el modelo al encontrar unas condiciones de trimado aceptables.

A continuación se procederá a realizar la **linealización del sistema** alrededor del punto de equilibrio, obteniendo una representación en espacio de estados del sistema. Con este, se extraen los autovalores y autovectores de la función, con los que se realizará un **análisis** de estos estableciendo los modos de operación, que serán de gran utilidad para diseñar un control del sistema.

El último apartado se dedicará a la **conclusiones** sacadas de la modelación, así como a posibles usos futuros de la herramienta. Se esbozarán líneas de investigación en la creación de diferentes controles no-lineales para el sistema del helicóptero, la teoría involucrada y posibles proyectos futuros.