Problemas Hoja 1:

Representación digital de la información

Fernando Castro Rodríguez
Dpto. Arquitectura de Computadores y Automática
Universidad Complutense de Madrid

Ejercicio 1 Usando aritmética binaria, realice las siguientes operaciones (todos los operandos están expresados en decimal):

a) 695 + 272　　b) 695 – 272　　c) 272 × 23　　d) 159/10

Compruebe que el resultado binario concuerda con el que se obtendría operando en decimal.

695 | 2
1 347 | 2
1 173 | 2
1 86 | 2
0 43 | 2
1 21 | 2
1 10 | 2
0 5 | 2
1 2 | 2
0 1

272 | 2
0 136 | 2
0 68 | 2
0 34 | 2
0 17 | 2
1 8 | 2
0 4 | 2
0 2 | 2
0 1

23 | 2
1 11 | 2
1 5 | 2
1 2 | 2
0 1

159 | 2
1 79 | 2
1 39 | 2
1 19 | 2
1 9 | 2
1 4 | 2
0 2 | 2
0 1

10 | 2
0 5 | 2
1 2 | 2
0 1

$(695)_{10} = (1010110111)_2$　　$(272)_{10} = (100010000)_2$　　$(23)_{10} = (10111)_2$　　$(159)_{10} = (10011111)_2$

$(10)_{10} = (1010)_2$

$(695)_{10} = (1010110111)_2$ $(272)_{10} = (100010000)_2$ $(23)_{10} = (10111)_2$ $(159)_{10} = (10011111)_2$

$(10)_{10} = (1010)_2$

a) 695 + 272

$$\begin{array}{r} 1010110111 \\ +\quad 100010000 \\ \hline 1111000111 \end{array}$$

$$\begin{aligned}(1111000111)_2 &= 1x2^9 + 1x2^8 + 1x2^7 + 1x2^6 + 1x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0 \\ &= (967)_{10} = (695)_{10} + (272)_{10}\end{aligned}$$

b) 695 - 272

$$\begin{array}{r} 1010110111 \\ -\quad 100010000 \\ \hline 0110100111 \end{array}$$

$$\begin{aligned}(0110100111)_2 &= 1x2^8 + 1x2^7 + 1x2^5 + 1x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0 \\ &= (423)_{10} = (695)_{10} - (272)_{10}\end{aligned}$$

c) 272 x 23

$$\begin{array}{r} 100010000 \\ x\qquad 10111 \\ \hline 100010000 \\ 100010000 \\ 100010000 \\ 000000000 \\ 100010000 \\ \hline 1100001110000 \end{array}$$

$$\begin{aligned}(1100001110000)_2 &= 1x2^{12} + 1x2^{11} + 1x2^6 + 1x2^5 + 1x2^4 \\ &= (6256)_{10} = (272)_{10} \times (23)_{10}\end{aligned}$$

$(695)_{10} = (1010110111)_2$ $(272)_{10} = (100010000)_2$ $(23)_{10} = (10111)_2$ $(159)_{10} = (10011111)_2$

$(10)_{10} = (1010)_2$

d) 159/10

```
  10011111 |1010
-  1010     1111
  010011
-   1010
   010011
 -   1010
    010011
 -    1010
     01001
```

Cociente = 1111 = $1x2^3 + 1x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0 = (15)_{10}$

Resto = 1001 = $1x2^3 + 1x2^0 = (9)_{10}$

Ejercicio 2 Realice los siguientes cambios de base:

a) $(10110110)_2$ a hexadecimal, a decimal y a octal
b) $(73)_8$ a hexadecimal, a decimal y a binario
c) $(137)_{10}$ a hexadecimal, a octal y a binario
d) $(AF3)_{16}$ a decimal, a octal y a binario

a) $(10110110)_2$ a hexadecimal: $10110110 = (B6)_{16}$

$(10110110)_2$ a decimal: $1x2^7 + 1x2^5 + 1x2^4 + 1x2^2 + 1x2^1 = (182)_{10}$

$(10110110)_2$ a octal: $10110110 = (266)_8$

b) $(73)_8$ a hexadecimal: $(73)_8 = (111011)_2 = (111011)_2 = (3B)_{16}$

$(73)_8$ a decimal: $7x8^1 + 3x8^0 = (59)_{10}$

$(73)_8$ a binario: $(73)_8 = (111011)_2$

c) $(137)_{10}$ a hexadecimal:

$$\begin{array}{r|l} 137 & 16 \\ \hline \mathbf{9} & \mathbf{8} \end{array}$$

$(137)_{10} = (89)_{16}$

Alternativamente:

$$\begin{array}{l}
137 \,|\, 2 \\
\mathbf{1} \quad 68 \,|\, 2 \\
\quad \mathbf{0} \quad 34 \,|\, 2 \\
\quad\quad \mathbf{0} \quad 17 \,|\, 2 \\
\quad\quad\quad \mathbf{1} \quad 8 \,|\, 2 \\
\quad\quad\quad\quad \mathbf{0} \quad 4 \,|\, 2 \\
\quad\quad\quad\quad\quad \mathbf{0} \quad 2 \,|\, 2 \\
\quad\quad\quad\quad\quad\quad \mathbf{0} \quad \mathbf{1}
\end{array}$$

$(137)_{10} = (10001001)_2 = 10001001 = (89)_{16}$

$(137)_{10}$ a octal:

$$\begin{array}{l}
137 \,|\, 8 \\
\mathbf{1} \quad 17 \,|\, 8 \\
\quad \mathbf{1} \quad \mathbf{2}
\end{array}$$

$(137)_{10} = (211)_8$

Alternativamente: Como $(137)_{10} = (10001001)_2 = (211)_8$

$(137)_{10}$ a binario: $(137)_{10} = (10001001)_2$ (ver primer apartado)

d) $(AF3)_{16}$ a decimal: $10x16^2 + 15x16^1 + 3x16^0 = (2803)_{10}$

$(AF3)_{16}$ a octal: $(AF3)_{16} = (101011110011)_2 = (101011110011)_2 = (5363)_8$

$(AF3)_{16}$ a binario: $(AF3)_{16} = (101011110011)_2$

Ejercicio 3 Exprese en octal y hexadecimal las siguientes secuencias de 16 bits:

A = 0000 0110 0000 0111   B = 0000 0000 1101 0110
C = 1100 0001 1111 0011   D = 1001 0000 0000 1010

Calcule también el número que representan suponiendo que lo codifican en binario puro, en MyS, en C2 y en C1.

A = 0000 0110 0000 0111 = 0000 0110 0000 0111 = $(0607)_{16}$

A = 0000 0110 0000 0111 = 0000 0110 0000 0111 = $(003007)_{8}$

A (binario puro): $1x2^{10} + 1x2^{9} + 1x2^{2} + 1x2^{1} + 1x2^{0} = (1543)_{10}$

A (Magnitud y Signo): MSB=0 → nº positivo: $(+1543)_{10}$

A (C2): MSB=0 → nº positivo: $(+1543)_{10}$

A (C1): MSB=0 → nº positivo: $(+1543)_{10}$

B = 0000 0000 1101 0110 = 0000 0000 1101 0110 = $(00D6)_{16}$

B = 0000 0000 1101 0110 = 0000 0000 1101 0110 = $(000326)_{8}$

B (binario puro): $1x2^{7} + 1x2^{6} + 1x2^{4} + 1x2^{2} + 1x2^{1} = (214)_{10}$

B (Magnitud y Signo): MSB=0 → nº positivo: $(+214)_{10}$

B (C2): MSB=0 → nº positivo: $(+214)_{10}$

B (C1): MSB=0 → nº positivo: $(+214)_{10}$

$A = 0000\ 0110\ 0000\ 0111$ $B = 0000\ 0000\ 1101\ 0110$

$C = 1100\ 0001\ 1111\ 0011$ $D = 1001\ 0000\ 0000\ 1010$

$C = 1100\ 0001\ 1111\ 0011 = 1100\ 0001\ 1111\ 0011 = (C1F3)_{16}$

$C = 1100\ 0001\ 1111\ 0011 = 1100\ 0001\ 1111\ 0011 = (140763)_8$

C (binario puro): $1x2^{15} + 1x2^{14} + 1x2^8 + 1x2^7 + 1x2^6 + 1x2^5 + 1x2^4 + 1x2^1 + 1x2^0 = (49651)_{10}$

C (Magnitud y Signo): MSB=1→ nº negativo: $-(1x2^{14} + 1x2^8 + 1x2^7 + 1x2^6 + 1x2^5 + 1x2^4 + 1x2^1 + 1x2^0) = (-16883)_{10}$

C (C2): MSB=1→ nº negativo: -C=C2(C) = 0011 1110 0000 1101

→ $C = -(1x2^{13} + 1x2^{12} + 1x2^{11} + 1x2^{10} + 1x2^9 + 1x2^3 + 1x2^2 + 1x2^0) = (-15885)_{10}$

C (C1): MSB=1→ nº negativo: -C=C1(C) = 0011 1110 0000 1100

→ $C = -(1x2^{13} + 1x2^{12} + 1x2^{11} + 1x2^{10} + 1x2^9 + 1x2^3 + 1x2^2) = (-15884)_{10}$

$D = 1001\ 0000\ 0000\ 1010 = 1001\ 0000\ 0000\ 1010 = (900A)_{16}$

$D = 1001\ 0000\ 0000\ 1010 = 1001\ 0000\ 0000\ 1010 = (110012)_8$

D (binario puro): $1x2^{15} + 1x2^{12} + 1x2^3 + 1x2^1 = (36874)_{10}$

D (Magnitud y Signo): MSB=1→ nº negativo: $-(1x2^{12} + 1x2^3 + 1x2^1) = (-4106)_{10}$

D (C2): MSB=1→ nº negativo: -D=C2(D) = 0110 1111 1111 0110

→ $D = -(1x2^{14} + 1x2^{13} + 1x2^{11} + 1x2^{10} + 1x2^9 + 1x2^8 + 1x2^7 + 1x2^6 + 1x2^5 + 1x2^4 + 1x2^2 + 1x2^1 = (-28662)_{10}$

D (C1): MSB=1→ nº negativo: -D=C1(D) = 0110 1111 1111 0101

→ $D = -(1x2^{14} + 1x2^{13} + 1x2^{11} + 1x2^{10} + 1x2^9 + 1x2^8 + 1x2^7 + 1x2^6 + 1x2^5 + 1x2^4 + 1x2^2 + 1x2^0 = (-28661)_{10}$

Ejercicio 4 Dados los números A = $(+36)_{10}$ y B = $(+54)_{10}$ determine el número de bits mínimo para representar ambos en el convenio C2. Realice las operaciones A+B y A-B usando aritmética en C2. En cada caso indique razonadamente si se produce desbordamiento. Exprese el resultado de la operación A-B en hexadecimal de 8 bits.

```
36 |2
 0  18 |2
     0  9 |2
        1  4 |2
           0  2 |2
              0  1
```

```
54 |2
 0  27 |2
     1  13 |2
         1  6 |2
            0  3 |2
               1  1
```

A = $(+36)_{10}$ = $(100100)_2$

B = $(+54)_{10}$ = $(110110)_2$

El nº de bits necesario para representar ambos números en binario puro es 6. Sin embargo, para poder representarlos en C2 necesitamos indicar que ambos números son positivos, por lo que necesitamos un total de 7 bits.

A = $(+36)_{10}$ = $(0100100)_{C2\text{-}7bits}$

B = $(+54)_{10}$ = $(0110110)_{C2\text{-}7bits}$

A+B

$$\begin{array}{r} 0100100 \\ +\ 0110110 \\ \hline 1011010 \end{array}$$

Sumando dos nºs positivos el resultado es un nº negativo, luego sí hay desbordamiento (el resultado de la suma, $(90)_{10}$, no es representable en C2 de 7 bits). El rango representable en C2 de 7 bits es $[-2^6, +2^6 -1] = [-64,+63]$

Recordad que en la suma sólo puede haber desbordamiento si los operandos son del mismo signo

$A = (+36)_{10} = (0100100)_{C2\text{-}7bits}$
$B = (+54)_{10} = (0110110)_{C2\text{-}7bits}$

A-B

$$\begin{array}{r} 0100100 \\ -\ 0110110 \\ \hline 1101110 \end{array}$$

Estamos restando dos nºs positivos, luego no hay desbordamiento (el resultado de la resta, $(-18)_{10}$, sí es representable en C2 de 7 bits). El rango representable en C2 de 7 bits es $[-2^6, +2^6 -1] = [-64,+63]$
Recordad que en la resta sólo puede haber desbordamiento si los operandos son de distinto signo

Alternativamente la resta se podría hacer como una suma, dado que, en C2, A-B = A + (-B) = A + C2(B):

C2(B) = C2(0110110) = (1001010), luego A-B = A + C2(B) =

$$\begin{array}{r} 0100100 \\ +\ 1001010 \\ \hline 1101110 \end{array}$$

El resultado es el mismo que haciendo la resta directamente, y, como hemos transformado la resta en una suma, obtenemos nuevamente que no hay desbordamiento dado que en la suma sólo puede haberlo cuando los operandos son del mismo signo, que no es este caso.

Expresamos el resultado de la resta, $(1101110)_{C2\text{-}7bits}$ en hexadecimal de 8 bits:

$$(1101110)_{C2\text{-}7bits} = (11101110)_{C2\text{-}8bits} = (EE)_{16}$$

Ejercicio 5 Extienda a 16 bits las siguientes secuencias de 8 bits:

A = 01110010 B = 11010110 C = 00001101 D = 11110101

suponiendo que representan números codificados en binario puro, MyS, C2 o C1. Exprese en hexadecimal el resultado de cada una de las extensiones.

A = 01110010

Binario puro:	0000 0000 0111 0010 →	$(0072)_{16}$
MyS:	0000 0000 0111 0010 →	$(0072)_{16}$
C2:	0000 0000 0111 0010 →	$(0072)_{16}$
C1:	0000 0000 0111 0010 →	$(0072)_{16}$

B = 11010110

Binario puro:	0000 0000 1101 0110 →	$(00D6)_{16}$
MyS:	1000 0000 0101 0110 →	$(8056)_{16}$
C2:	1111 1111 1101 0110 →	$(FFD6)_{16}$
C1:	1111 1111 1101 0110 →	$(FFD6)_{16}$

C = 00001101

Binario puro:	0000 0000 0000 1101 → $(000D)_{16}$
MyS:	0000 0000 0000 1101 → $(000D)_{16}$
C2:	0000 0000 0000 1101 → $(000D)_{16}$
C1:	0000 0000 0000 1101 → $(000D)_{16}$

D = 11110101

Binario puro:	0000 0000 1111 0101 → $(00F5)_{16}$
MyS:	1000 0000 0111 0101 → $(8075)_{16}$
C2:	1111 1111 1111 0101 → $(FFF5)_{16}$
C1:	1111 1111 1111 0101 → $(FFF5)_{16}$

Ejercicio 6 Considere las siguientes secuencias de 8 bits:

A = 01001001 B = 00010001 C = 10111101 D = 11110011

a) Suponiendo que codifican números en C2, represéntelos en MyS de 8 bits.

b) Suponiendo que codifican números en MyS, represéntelos en C2 de 8 bits.

$A = (01001001)_{C2\text{-}8bits} \rightarrow (A)_{MyS\text{-}8bits} = (01001001)_{MyS\text{-}8bits}$

$A = (01001001)_{MyS\text{-}8bits} \rightarrow (A)_{C2\text{-}8bits} = (01001001)_{C2\text{-}8bits}$

$B = (00010001)_{C2\text{-}8bits} \rightarrow (B)_{MyS\text{-}8bits} = (00010001)_{MyS\text{-}8bits}$

$B = (00010001)_{MyS\text{-}8bits} \rightarrow (B)_{C2\text{-}8bits} = (00010001)_{C2\text{-}8bits}$

$C = (10111101)_{C2\text{-}8bits} \rightarrow -C = C2(C) = (01000011)_{C2\text{-}8bits} \rightarrow (C)_{MyS\text{-}8bits} = (11000011)_{MyS\text{-}8bits}$

$C = (10111101)_{MyS\text{-}8bits} \rightarrow -C = (00111101)_{MyS\text{-}8bits} = (00111101)_{C2\text{-}8bits} \rightarrow (C)_{C2\text{-}8bits} = C2(-C) = (11000011)_{C2\text{-}8bits}$

$D = (11110011)_{C2\text{-}8bits} \rightarrow -D = C2(D) = (00001101)_{C2\text{-}8bits} \rightarrow (D)_{MyS\text{-}8bits} = (10001101)_{MyS\text{-}8bits}$

$D = (11110011)_{MyS\text{-}8bits} \rightarrow -D = (01110011)_{MyS\text{-}8bits} = (01110011)_{C2\text{-}8bits} \rightarrow (D)_{C2\text{-}8bits} = C2(-D) = (10001101)_{C2\text{-}8bits}$

Ejercicio 7 Exprese los siguientes números decimales en códigos BCD y EX-3 de 16 bits:

A = 1486 B=0 C=349 D=37

$A = (1486)_{10}$ BCD: $A = (0001\ 0100\ 1000\ 0110)_{BCD}$

EX-3: $A = (0100\ 0111\ 1011\ 1001)_{EX\text{-}3}$

$B = (0)_{10}$ BCD: $B = (0000\ 0000\ 0000\ 0000)_{BCD}$

EX-3: $B = (0011\ 0011\ 0011\ 0011)_{EX\text{-}3}$

$C = (349)_{10}$ BCD: $C = (0000\ 0011\ 0100\ 1001)_{BCD}$

EX-3: $C = (0011\ 0110\ 0111\ 1100)_{EX\text{-}3}$

$D = (37)_{10}$ BCD: $D = (0000\ 0000\ 0011\ 0111)_{BCD}$

EX-3: $D = (0011\ 0011\ 0110\ 1010)_{EX\text{-}3}$

Acerca de *Creative Commons*

- Licencia CC (Creative Commons)
  - Ofrece algunos derechos a terceras personas bajo ciertas condiciones. Este documento tiene establecidas las siguientes:

Reconocimiento (*Attribution*):
En cualquier explotación de la obra autorizada por la licencia hará falta reconocer la autoría.

No comercial (*Non commercial*):
La explotación de la obra queda limitada a usos no comerciales.

Compartir igual (*Share alike*):
La explotación autorizada incluye la creación de obras derivadas siempre que mantengan la misma licencia al ser divulgadas.

Más información: https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/