



Problemas Hoja 2:

Especificación de sistemas combinatoriales

Fernando Castro Rodríguez

*Dpto. Arquitectura de Computadores y Automática
Universidad Complutense de Madrid*





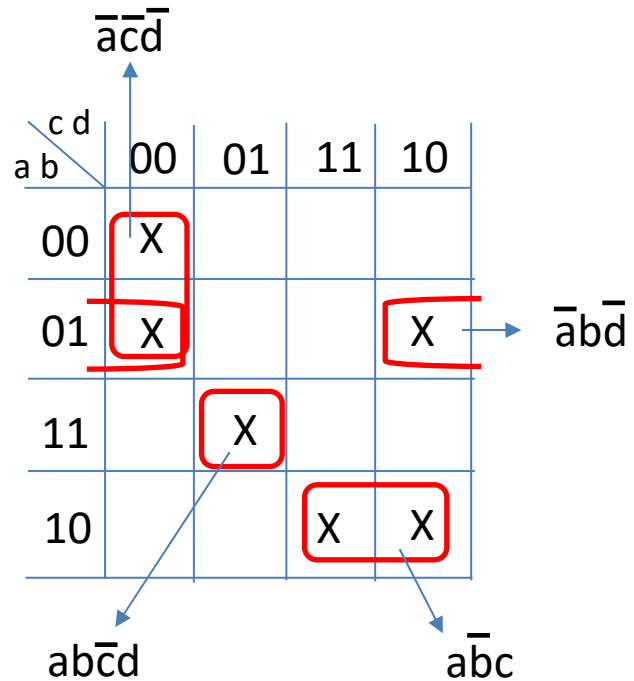
Ejercicio 1 Usando los mapas de Karnaugh, obtenga expresiones como mínima SDP de las funciones:

a) $f(a,b,c,d) = \sum m(0,4,6,10,11,13)$

b) $f(a,b,c,d) = \sum m(3,4,7,11,12,14,15)$

c) $f(a,b,c,d,e) = \sum m(0,2,3,4,5,12,13,18,19,20,21,25,27, 28,29,31)$

a) $f(a,b,c,d) = \sum m(0,4,6,10,11,13)$



$$f(a,b,c,d) = \bar{a}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c} + ab\bar{c}d + \bar{a}b\bar{c}d$$



b) $f(a,b,c,d) = \sum m(3,4,7,11,12,14,15)$

	c d			
a b	00	01	11	10
00			X	
01	X		X	
11	X		X	X
10			X	

$b\bar{c}\bar{d}$ ← (points to cell 0101)
 cd → (points to cell 0011)
 abc → (points to cell 1111)

$f(a,b,c,d) = cd + b\bar{c}\bar{d} + abc$

c) $f(a,b,c,d,e) = \sum m(0,2,3,4,5,12,13,18,19,20,21,25,27, 28,29,31)$

	d e			
b c	00	01	11	10
00	X		X	X
01	X	X		
11	X	X		
10				

$\bar{a}\bar{b}\bar{d}\bar{e}$ ← (points to cell 0000)
 $\bar{b}\bar{c}\bar{d}$ ← (points to cell 0011)
 $cd\bar{d}$ ← (points to cell 0101)

a=0

	d e			
b c	00	01	11	10
00			X	X
01	X	X		
11	X	X	X	
10		X	X	

$\bar{b}\bar{c}\bar{d}$ ← (points to cell 0011)
 $cd\bar{d}$ ← (points to cell 0101)
 abe → (points to cell 1001)

a=1

$f(a,b,c,d,e) = cd\bar{d} + \bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}\bar{b}\bar{d}\bar{e} + a b e$



Ejercicio 2 Empleando los mapas de Karnaugh, encuentre expresiones como suma de minterms de las funciones:

- a) $f_1(a,b,c,d) = f_\alpha(a,b,c,d) \cdot f_\beta(a,b,c,d)$
- b) $f_2(a,b,c,d) = f_\alpha(a,b,c,d) + f_\beta(a,b,c,d)$
- c) $f_3(a,b,c,d) = f_1(a,b,c,d) \cdot f_2(a,b,c,d)$

siendo:

$$f_\alpha = ab + bd + \bar{a}\bar{b}c$$

$$f_\beta = \bar{a}b + b\bar{d}$$

$$f_\alpha = ab + bd + \bar{a}\bar{b}c$$

c d \ a b	00	01	11	10
00			X	X
01		X	X	
11	X	X	X	X
10				

$\bar{a}\bar{b}c$ (from cells 2,3)
 bd (from cells 4,5)
 ab (from cells 1,2,3,4)

$$f_\alpha = \sum m(2,3,5,7,12,13,14,15)$$

$$f_\beta = \bar{a}b + b\bar{d}$$

c d \ a b	00	01	11	10
00				
01	X	X	X	X
11	X			X
10				

$\bar{a}b$ (from cells 4,5,6,7)
 $b\bar{d}$ (from cells 1,2 and 8)

$$f_\beta = \sum m(4,5,6,7,12,14)$$

$$f_1 = f_\alpha \cdot f_\beta = \sum m(5,7,12,14) \quad (\text{Mintérminos comunes entre } f_\alpha \text{ y } f_\beta \text{ para que la operación AND sea 1})$$

$$f_2 = f_\alpha + f_\beta = \sum m(2,3,4,5,6,7,12,13,14,15) \quad (\text{Unión de mintérminos para que la operación OR sea 1})$$

$$f_3 = f_1 \cdot f_2 = \sum m(5,7,12,14) \quad (\text{Mintérminos comunes entre } f_1 \text{ y } f_2 \text{ para que la operación AND sea 1})$$



Ejercicio 3 Se desea diseñar el control de un detector de situaciones de alarma en el hogar. El sistema tiene como entradas:

- FU (se activa cuando el detector de humos reconoce un fuego)
- IN (se activa cuando el detector de agua reconoce una inundación)
- AT (se activa cuando el detector de intrusos identifica movimiento en la terraza)
- AP (se activa cuando el detector de intrusos identifica movimiento en la puerta)

Las salidas que debe proporcionar el sistema son:

- PO (llama a la policía)
- BO (llama a los bomberos)

El comportamiento de la alarma es:

- El sistema debe llamar a la policía cuando se detecta movimiento en la terraza o en la puerta pero no hay inundación ni fuego (ya que en estos casos los detectores de movimiento no son fiables)
- El sistema debe llamar a los bomberos cuando se detecte inundación o fuego

Describa el sistema mediante expresiones de conmutación simplificadas.



No hay inundación ni fuego

- FU: detector de humos reconoce fuego
- IN: detector de agua reconoce inundación
- AT: detector de intrusos identifica movimiento en terraza
- AP: detector de intrusos identifica movimiento en puerta

- PO: llamar policía
- BO: llamar bomberos

- Llamar a policía cuando se detecta movimiento en terraza o puerta pero no hay inundación ni fuego
- Llamar bomberos si se detecta inundación o fuego

FU	IN	AT	AP	PO	BO
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	0	1



Describir el sistema mediante ECs simplificadas



PO

		AT AP			
		00	01	11	10
FU IN	00		X	X	X
	01				
	11				
	10				

$$PO(FU, IN, AT, AP) = \bar{F}U \bar{I}N AP + \bar{F}U \bar{I}N AT$$

BO

		AT AP			
		00	01	11	10
FU IN	00				
	01	X	X	X	X
	11	X	X	X	X
	10	X	X	X	X

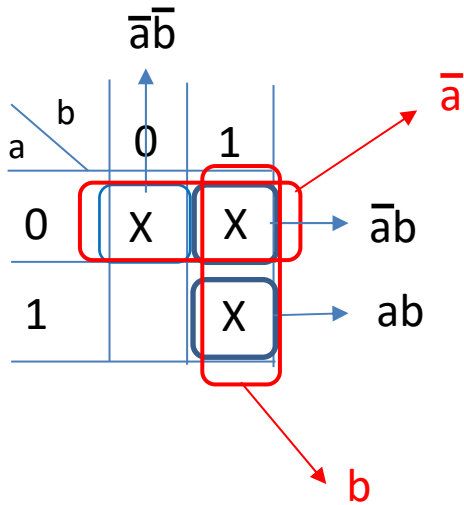
$$BO(FU, IN, AT, AP) = IN + FU$$



Ejercicio 4 Obtenga una SDP simplificada equivalente a cada una de las siguientes expresiones de conmutación:

- a) $f(a,b) = \bar{a}\bar{b} + \bar{a}b + ab$
- b) $f(a,b,c) = \bar{a}b + \bar{b}\bar{c} + ab + \bar{b}c$
- c) $f(a,b,c) = \overline{(a + b + c)} \cdot \overline{(abc)}$
- d) $f(a,b,c) = \overline{(\bar{a} + b)} \cdot \overline{(\bar{a} + \bar{c})} \cdot \overline{(a\bar{b}c)}$
- e) $f(a,b,c) = \bar{a}\bar{c} + \bar{a}bc + \bar{b}c$
- f) $f(a,b,c,d) = ab\bar{c} + b\bar{c}\bar{d} + bc + \bar{c}d$

a) $f(a,b) = \bar{a}\bar{b} + \bar{a}b + ab$



$f(a,b) = a\bar{b} + b$

Alternativamente:

Propiedad distributiva

$f(a,b) = a(\bar{b} + b) + ab = \bar{a} + ab = (\bar{a} + a) \cdot (\bar{a} + b) = \bar{a} + b$



$$b) f(a,b,c) = \bar{a}b + \bar{b}\bar{c} + ab + \bar{b}c$$

a	bc		$\bar{a}b$	
	00	01		11
0	X	X	X	X
1	X	X	X	X

$\bar{b}\bar{c}$

$\bar{b}c$

1

$$f(a,b,c) = 1$$

Alternativamente:

$$f(a,b,c) = \bar{a}b + ab + \bar{b}c + \bar{b}\bar{c} = b(\bar{a} + a) + \bar{b}(c + \bar{c}) = b + \bar{b} = 1$$

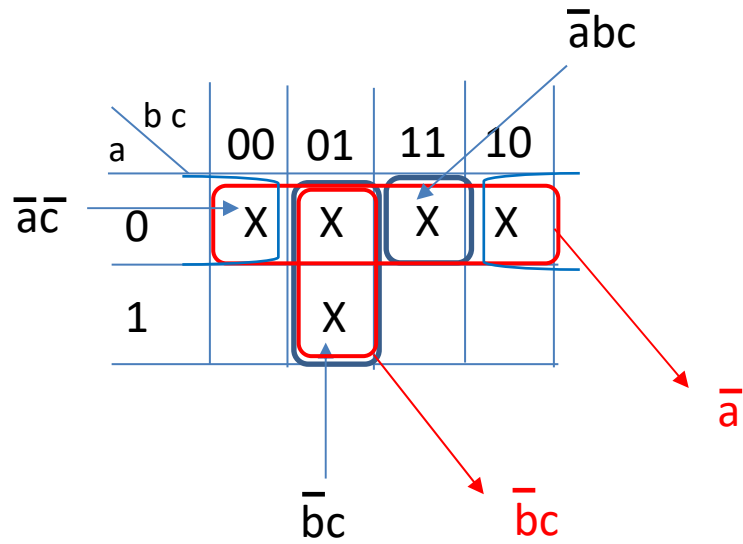
$$c) f(a,b,c) = \overline{(a + b + c)} \cdot \overline{(abc)} = (\bar{a}\bar{b}\bar{c}) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{a} + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{b} + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{c} = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}\bar{c} = \bar{a}\bar{b}\bar{c}$$

$$d) f(a,b,c) = \overline{(\bar{a} + b)} \cdot \overline{(\bar{a} + \bar{c})} \cdot \overline{(a\bar{b}c)} = (\bar{a}\bar{b}) \cdot (\bar{a}\bar{c}) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) = (a\bar{b}) \cdot (ac) \cdot (\bar{a} + b + \bar{c})$$

$$= (a\bar{b}c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{c}) = a\bar{b}c\bar{a} + a\bar{b}cb + a\bar{b}c\bar{c} = 0$$

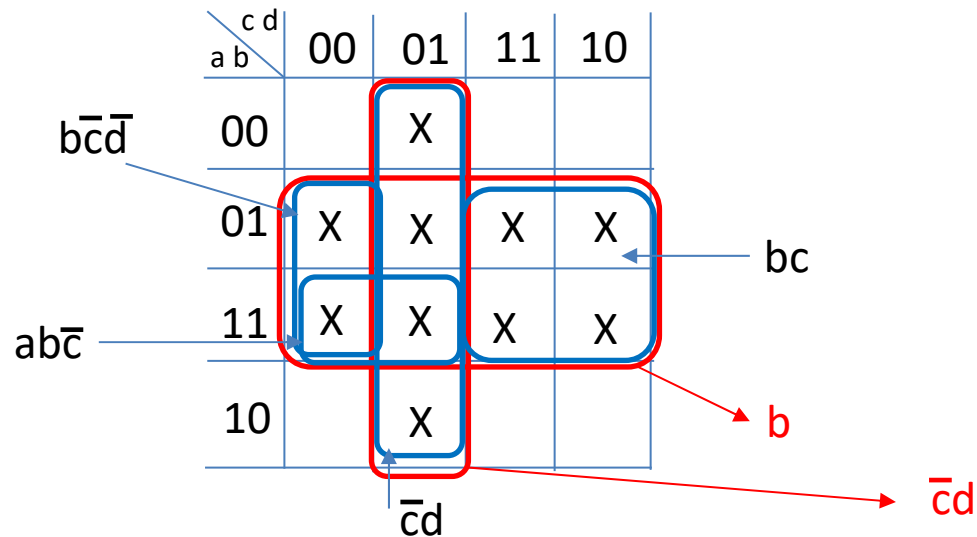


e) $f(a,b,c) = \bar{a}\bar{c} + \bar{a}bc + \bar{b}c$



$f(a,b,c) = \bar{a} + \bar{b}c$

f) $f(a,b,c,d) = ab\bar{c} + b\bar{c}\bar{d} + bc + \bar{c}d$



$f(a,b,c,d) = b + \bar{c}d$



Acerca de *Creative Commons*

- Licencia CC ([Creative Commons](#))



- Ofrece algunos derechos a terceras personas bajo ciertas condiciones. Este documento tiene establecidas las siguientes:



- Reconocimiento** (*Attribution*):

En cualquier explotación de la obra autorizada por la licencia hará falta reconocer la autoría.



- No comercial** (*Non commercial*):

La explotación de la obra queda limitada a usos no comerciales.



- Compartir igual** (*Share alike*):

La explotación autorizada incluye la creación de obras derivadas siempre que mantengan la misma licencia al ser divulgadas.

Más información: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>