



Tema 2:

Especificación de sistemas combinacionales

Fundamentos de computadores I

José Manuel Mendías Cuadros

*Dpto. Arquitectura de Computadores y Automática
Universidad Complutense de Madrid*





Contenidos

- ✓ Especificación de alto nivel / binaria.
- ✓ Codificación.
- ✓ Funciones de conmutación. Tablas de verdad.
- ✓ Expresiones de conmutación.
- ✓ Algebra de Boole. Transformaciones algebraicas.
- ✓ Forma canónica. Suma de productos.
- ✓ Mapas de Karnaugh. Simplificación.

Transparencias basadas en los libros:

- R. Hermida, F. Sánchez y E. del Corral. *Fundamentos de computadores*.
- D. Gajsky. *Principios de diseño digital*.



Sistemas combinacionales

- La salida en cada instante depende exclusivamente del valor de la entrada en ese instante.
 - En todo momento, a misma entrada, misma salida.



$$z(t_i) = F(x(t_i)), \text{ con } x(t_i) \in E, z(t_i) \in S$$

- Para especificar su comportamiento deberán definirse:
 - Los conjuntos discretos de valores de entrada/salida: E, S
 - La función $F: E \rightarrow S$



Sistemas combinacionales



$$x(t) \in E = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$$

$$z(t) \in S = \{ 0, 1, 2 \}$$

$$F: E \rightarrow S / z(t) = f(x(t)) = x(t) \bmod 3$$

Simulación de su comportamiento:

x(t)	0	1	5	1	1	2	8	1	9	0
z(t)	0	1	2	1	1	2	2	1	0	0

—————→ tiempo



Especificación de alto nivel

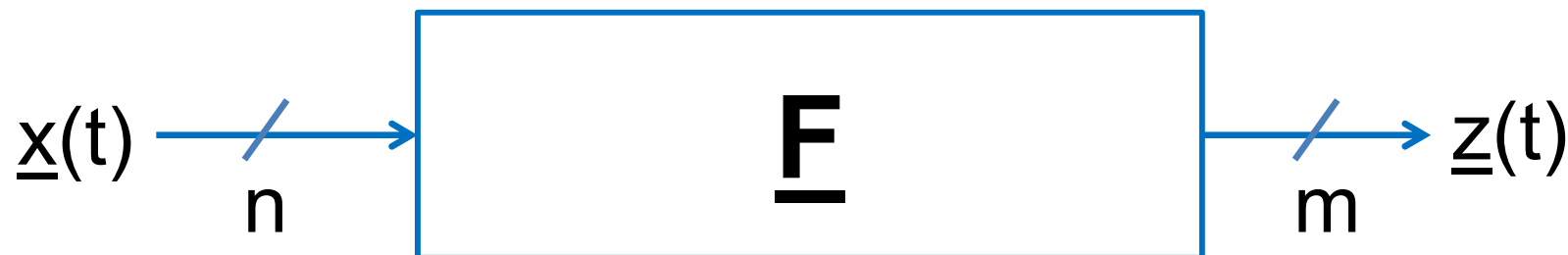
- **Especificación del dominio:**
 - Conjunto discreto de valores que puede tomar la entrada.
- **Especificación del codominio:**
 - Conjunto discreto de valores que puede tomar la salida.
- **Función de entrada/salida:**
 - Definición del comportamiento del sistema: qué valor toma la salida para cada posible valor de la entrada
 - Mediante tabla, expresión aritmética, condicional, lógica...
o una composición de todas ellas.

Sin embargo, la información debe estar codificada en binario para que sea implementable en un sistema digital



Especificación binaria

- La entrada es un vector de n bits
 - $\underline{x} \in \{0, 1\}^n$ es decir, $\underline{x} = (x_{n-1} \dots x_0)$ con $x_i \in \{0, 1\}$
- La salida es un vector de m bits
 - $\underline{z} \in \{0, 1\}^m$ es decir, $\underline{z} = (z_{m-1} \dots z_0)$ con $z_i \in \{0, 1\}$
- Función de entrada/salida
 - m **funciones de conmutación** de n variables definiendo cada una el comportamiento de un bit de la salida
 - $\underline{F} = \{f_i : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\} / z_i = f_i(\underline{x}), \text{ con } 0 \leq i \leq m-1\}$





Descripción binaria

- Proceso de obtener una **especificación binaria** partiendo de una **especificación de alto nivel**:
 1. Codificar el dominio (elegir una representación binaria de cada elemento).
 2. Codificar el codominio.
 3. Traducir la función de E/S.
- Para una misma especificación de alto nivel existen **infinidad** de especificaciones binarias válidas.
 - Cada una **con distinta codificación** del dominio/codominio
- La cardinalidad del dominio/codominio determina la longitud mínima del vector de bits $\underline{x} / \underline{z}$
 - Para que todos los puntos del dominio/codominio puedan estar representados por una cadena de bits distinta:
 - $n \geq \log_2(|E|)$ y $m \geq \log_2(|S|)$ $[\log_2(x) = \ln(x) / \ln(2)]$
 - casi siempre quedarán codificaciones sin usar



Descripción binaria

- Codificación domino: BCD (4 bits) – usando solo 10 códigos
- Codificación codominio: one-hot (3 bits)
 - { 0 → (001), 1 → (010), 2 → (100) }
- Traducción de la función de E/S
 - $F = \{ (0000) \rightarrow (001), (0001) \rightarrow (010), (0010) \rightarrow (100), (0011) \rightarrow (001), (0100) \rightarrow (010), (0101) \rightarrow (100), (0110) \rightarrow (001), (0111) \rightarrow (010), (1000) \rightarrow (100), (1001) \rightarrow (001) \}$

Simulación de su comportamiento:

$\underline{x}(t)$	0000	0001	0101	0001	0001	0010	1000	0001	1001	0000
$\underline{z}(t)$	001	010	100	010	010	100	100	010	001	001

—————→ tiempo



Funciones de conmutación (FC)

- Una **función de conmutación** de n variables es una aplicación

$$f: \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$$

- Cuando es **total** (todo punto del dominio está asociado a uno del codominio) se dice que está **completamente especificada**

- Se suele definir mediante una **tabla de verdad** que indica el valor que toma la función en cada punto del dominio.

	x_2	x_1	x_0	$f(x_2, x_1, x_0)$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1



Funciones de conmutación (FC)

- El número de funciones de conmutación distintas de n variables es finito: 2^{2^n}
 - Para 2 variables existen únicamente 16 distintas

x_1	x_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
		nula	and	x_1	x_0	XOR	OR	NOR	XNOR	not x_0		not x_1		nand		unidad	



Funciones de conmutación (FC)

- A veces las funciones de conmutación son **parciales** (no están definidas para ciertos puntos del dominio).
 - Típicamente porque existen códigos que no representan ningún valor de alto nivel.
- Una **función de conmutación incompletamente especificada** de n variables es una aplicación:

$$f: \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1, -\}$$

- Donde '-' (don't care) denota **indiferencia**: da igual que la función valga 0 ó 1 en aquellos puntos del dominio asociados a este valor.



Funciones de conmutación (FC)

	x_3	x_2	x_1	x_0	z_2	z_1	z_0
0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	1	0
2	0	0	1	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	0
5	0	1	0	1	1	0	0
6	0	1	1	0	0	0	1
7	0	1	1	1	0	1	0
8	1	0	0	0	1	0	0
9	1	0	0	1	0	0	1
10	1	0	1	0	-	-	-
11	1	0	1	1	-	-	-
12	1	1	0	0	-	-	-
13	1	1	0	1	-	-	-
14	1	1	1	0	-	-	-
15	1	1	1	1	-	-	-



$E = \{ 0, \dots, 9 \}$
la codificación es BCD
nunca aparecerán estos
códigos



Expresiones de conmutación (EC)

- Forma alternativa de definir FC completamente especificadas
 - Compacta, manipulable y **directamente sintetizable**.
- **Alfabeto:** $\{ x_i, 0, 1, +, \cdot, -, (,) \}$
 - Variables lógicas: x_i (*puede usarse cualquier letra con o sin subíndice*)
 - Constantes: 0, 1
 - Operadores : +, \cdot , -
 - Símbolos auxiliares: (,)
- **Reglas de generación:**
 1. Toda variable lógica es una EC válida.
 2. 0 y 1 son EC válidas.
 3. Si A es una EC válida, \bar{A} también lo es.
 4. Si A y B son EC válidas, (A) , $A+B$ y $A \cdot B$ también lo son.
 5. Solo son EC válidas las generadas usando las reglas 1 a 4.



Expresiones de conmutación (EC)

- **Semántica:** el álgebra de conmutación $\{0,1\}$, and, or, not)

operador **and**

x	y	$x \cdot y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

operador **or**

x	y	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

operador **not**

x	\bar{x}
0	1
1	0

- **Valor de una EC**, E , para una asignación, \underline{a} : $v(E, \underline{a})$
 - Resultado de sustituir las variables de E por los valores indicados en \underline{a} y realizar las operaciones de acuerdo con el álgebra de conmutación.

$$v(x_2 + \bar{x}_2 \cdot x_1 + x_1 \cdot x_0, (0,1,0)) = 0 + \bar{0} \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 0 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 1$$



Expresiones de conmutación (EC)

- Para una expresión de conmutación dada, el conjunto de todos los pares

$$f = \{ (\underline{a}, v(E, \underline{a})) / \underline{a} \in \{0,1\}^n \}$$

es una función de conmutación.

- En ese caso diremos que E representa a f
- Dos EC son equivalentes si representan a la misma función de conmutación.
 - Toda FC tiene infinitas EC equivalentes que la representan.
 - Habrá unas más convenientes que otras, en particular las más simples.

Expresiones de conmutación (EC)



$$\overline{x_1} + x_1 \cdot x_0$$

$$v(\overline{x_1} + x_1 \cdot x_0, (0,0)) = \overline{0} + 0 \cdot 0 = 1$$

$$v(\overline{x_1} + x_1 \cdot x_0, (0,1)) = \overline{0} + 0 \cdot 1 = 1$$

$$v(\overline{x_1} + x_1 \cdot x_0, (1,0)) = \overline{1} + 1 \cdot 0 = 0$$

$$v(\overline{x_1} + x_1 \cdot x_0, (1,1)) = \overline{1} + 1 \cdot 1 = 1$$

	x_1	x_0	$f(x_1, x_0)$
0	0	0	1
1	0	1	1
2	1	0	0
3	1	1	1

SON EQUIVALENTES

$$\overline{x_1} + x_0$$

$$v(\overline{x_1} + x_0, (0,0)) = \overline{0} + 0 = 1$$

$$v(\overline{x_1} + x_0, (0,1)) = \overline{0} + 1 = 1$$

$$v(\overline{x_1} + x_0, (1,0)) = \overline{1} + 0 = 0$$

$$v(\overline{x_1} + x_0, (1,1)) = \overline{1} + 1 = 1$$

	x_1	x_0	$f(x_1, x_0)$
0	0	0	1
1	0	1	1
2	1	0	0
3	1	1	1



Expresiones de conmutación (EC)

- El álgebra de conmutación es un **álgebra de Boole** por lo que dadas 2 EC, A y B, se cumplen las siguientes propiedades:

Propiedad	Versión “+”	Versión “.”
Conmutativa	$A + B = B + A$	$A \cdot B = B \cdot A$
Distributiva	$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$
Elemento neutro	$0 + A = A$	$1 \cdot A = A$
Elem. complementario	$A + \bar{A} = 1$	$A \cdot \bar{A} = 0$
Idempotencia	$A + A = A$	$A \cdot A = A$
Asociativa	$A + (B + C) = (A + B) + C$	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$
Elemento dominante	$1 + A = 1$	$0 \cdot A = 0$
Involución	$\bar{\bar{A}} = A$	
Absorción	$A + (A \cdot B) = A$	$A \cdot (A + B) = A$
Leyes de Morgan	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$	$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$



Expresiones de conmutación (EC)

- Las anteriores propiedades permiten transformar algebraicamente una EC en otra/s equivalente/s.

$$x_2 \cdot x_1 + x_2 \cdot \overline{x_1} + x_2 \cdot x_0$$

Expresiones de conmutación (EC)



- Las anteriores propiedades permiten transformar algebraicamente una EC en otra/s equivalente/s.

$$\begin{aligned}x_2 \cdot x_1 + x_2 \cdot \overline{x_1} + x_2 \cdot x_0 \\= x_2 \cdot (x_1 + \overline{x_1}) + x_2 \cdot x_0\end{aligned}$$

distributiva



Expresiones de conmutación (EC)

- Las anteriores propiedades permiten transformar algebraicamente una EC en otra/s equivalente/s.

$$x_2 \cdot x_1 + x_2 \cdot \overline{x_1} + x_2 \cdot x_0$$

$$= x_2 \cdot (x_1 + \overline{x_1}) + x_2 \cdot x_0$$

$$= x_2 \cdot 1 + x_2 \cdot x_0$$

distributiva

elem. complementario



Expresiones de conmutación (EC)

- Las anteriores propiedades permiten transformar algebraicamente una EC en otra/s equivalente/s.

$$x_2 \cdot x_1 + x_2 \cdot \overline{x_1} + x_2 \cdot x_0$$

distributiva

$$= x_2 \cdot (x_1 + \overline{x_1}) + x_2 \cdot x_0$$

elem. complementario

$$= x_2 \cdot 1 + x_2 \cdot x_0$$

distributiva

$$= x_2 \cdot (1 + x_0)$$



Expresiones de conmutación (EC)

- Las anteriores propiedades permiten transformar algebraicamente una EC en otra/s equivalente/s.

$$x_2 \cdot x_1 + x_2 \cdot \overline{x_1} + x_2 \cdot x_0$$

distributiva

$$= x_2 \cdot (x_1 + \overline{x_1}) + x_2 \cdot x_0$$

elem. complementario

$$= x_2 \cdot 1 + x_2 \cdot x_0$$

distributiva

$$= x_2 \cdot (1 + x_0)$$

elem. dominante

$$= x_2 \cdot 1$$



Expresiones de conmutación (EC)

- Las anteriores propiedades permiten transformar algebraicamente una EC en otra/s equivalente/s.

$$x_2 \cdot x_1 + x_2 \cdot \overline{x_1} + x_2 \cdot x_0$$

$$= x_2 \cdot (x_1 + \overline{x_1}) + x_2 \cdot x_0$$

$$= x_2 \cdot 1 + x_2 \cdot x_0$$

$$= x_2 \cdot (1 + x_0)$$

$$= x_2 \cdot 1$$

$$= x_2$$

distributiva

elem. complementario

distributiva

elem. dominante

elem. neutro



Otras operaciones lógicas

- Además de los operadores primitivos del álgebra de conmutación es muy común referirse a otros operadores derivados:

operador **nand**

x	y	$\frac{x \uparrow y}{(x \cdot y)}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

operador **nor**

x	y	$\frac{x \downarrow y}{(x + y)}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

operador **xor**

x	y	$\frac{x \oplus y}{x \cdot \bar{y} + \bar{x} \cdot y}$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

operador **xnor**

x	y	$\frac{\overline{(x \oplus y)}}{x \cdot y + \bar{x} \cdot \bar{y}}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Todos ellos son conmutativos.
- NAND y NOR no son asociativos.** XOR y XNOR sí lo son.



EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

La barrera debe abrirse si es de día y hay un coche esperando o si el vigilante presiona un pulsador



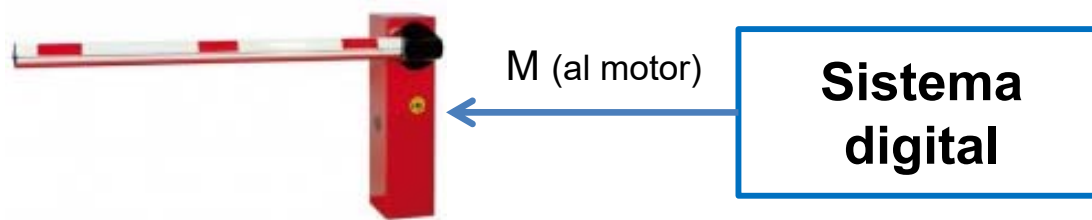
**Sistema
digital**



EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

La barrera debe abrirse si es de día y hay un coche esperando o si el vigilante presiona un pulsador

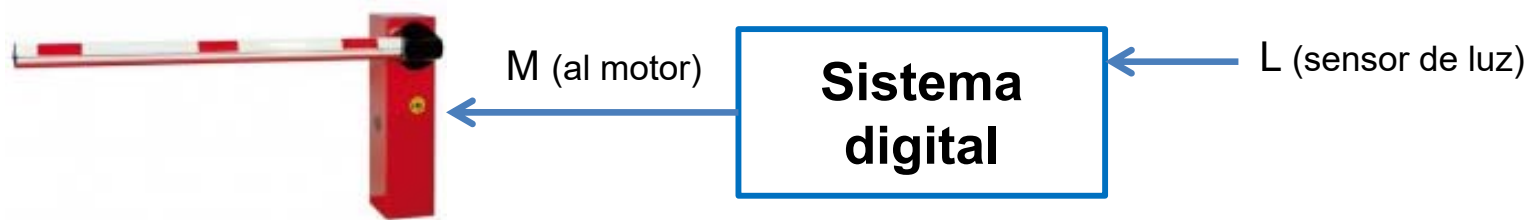




EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

La barrera debe abrirse si es de día y hay un coche esperando o si el vigilante presiona un pulsador





EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

La barrera debe abrirse si es de día y hay un coche esperando o si el vigilante presiona un pulsador





EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

La barrera debe abrirse si es de día y hay un coche esperando o si el vigilante presiona un pulsador





EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

La barrera debe abrirse si es de día y hay un coche esperando o si el vigilante presiona un pulsador



- Codificando los sucesos en "lógica directa"
 - $L=1 \Leftrightarrow$ Se detecta luz (es de día)
 - $P=1 \Leftrightarrow$ Se detecta coche
 - $A=1 \Leftrightarrow$ Se ha presionado el pulsador
 - $M=1 \Leftrightarrow$ Se activa el motor que abre la barrera
- La formulación del enunciado queda:



EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

La barrera debe abrirse si es de día y hay un coche esperando o si el vigilante presiona un pulsador



- Codificando los sucesos en "lógica directa"
 - $L=1 \Leftrightarrow$ Se detecta luz (es de día)
 - $P=1 \Leftrightarrow$ Se detecta coche
 - $A=1 \Leftrightarrow$ Se ha presionado el pulsador
 - $M=1 \Leftrightarrow$ Se activa el motor que abre la barrera
- La formulación del enunciado queda:

$$M = \begin{cases} 1 & \text{si } L=1 \text{ y } P=1 \text{ o } A=1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$



EC vs. lenguaje natural

- En muchos casos es posible obtener directamente una EC desde un enunciado en lenguaje natural

La barrera debe abrirse si es de día y hay un coche esperando o si el vigilante presiona un pulsador



- Codificando los sucesos en "lógica directa"
 - $L=1 \Leftrightarrow$ Se detecta luz (es de día)
 - $P=1 \Leftrightarrow$ Se detecta coche
 - $A=1 \Leftrightarrow$ Se ha presionado el pulsador
 - $M=1 \Leftrightarrow$ Se activa el motor que abre la barrera
- La formulación del enunciado queda:

$$M = \begin{cases} 1 & \text{si } L=1 \text{ y } P=1 \text{ o } A=1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \Leftrightarrow M = L \cdot P + A$$



Recapitulación

- Hasta el momento tenemos:
 - Dada una FC, **existen infinidad de EC** que la representan.
 - Dada una FC, **no sabemos cómo obtener una EC** que la represente.
 - Dada una EC, **es tedioso obtener la tabla de verdad** de la FC que representa.
 - Dada una EC, **es complejo obtener una EC simplificada** equivalente.
- La definición de una **forma canónica** permitirá:
 - Que toda FC tenga asociada una única EC normalizada.
 - Que ésta pueda obtenerse fácilmente a partir de una tabla de verdad.
 - Que el mecanismo de obtención de la tabla de verdad de la FC que representa una cierta EC sea más simple.
 - Abrir las puertas a un mecanismo de simplificación de EC.



Suma de productos canónica

- **Literal:** EC compuesta por una única variable natural o complementada.

$$\overline{x_0} \quad x_1$$

- **Término producto:** EC compuesta únicamente por un producto de literales.

$$x_1 \cdot x_0 \quad \overline{x_1} \cdot x_0 \cdot x_1 \cdot x_2$$

- **Mintérmino de n variables:** término producto de n literales, en donde cada variable aparece una y solo una vez.

$$\overline{x_1} \cdot x_0 \quad \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot x_0$$

- **Suma de productos:** EC compuesta únicamente por sumas de términos producto.

$$x_1 \cdot \overline{x_0} \quad x_2 \cdot \overline{x_1} + x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0}$$

Suma de productos canónica



- **Notación:** Un **mintérmino de n variables** se representará por m_i o $m(i)$, siendo i el número cuya representación binaria se obtiene sustituyendo en el mintérmino ordenado (variables de mayor a menor peso):
 - Cada variable complementada por un 0.
 - Cada variable sin complementar por un 1

$$e(x_3, x_2, x_1, x_0) = \overline{x_3} \cdot x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot x_0 = m_5 = m(5)$$
$$(0 \ 1 \ 0 \ 1)_2 = 5_{10}$$

$$e(x_3, x_2, x_1, x_0) = \overline{x_3} \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot x_0 = m_7 = m(7)$$
$$(0 \ 1 \ 1 \ 1)_2 = 7_{10}$$



Suma de productos canónica

- **Propiedad:** El valor de un mintermino para una asignación dada es:

$$v(m_i, \underline{a}) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = (\underline{a})_{10} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- es decir, el mintermino m_i representa a una FC que vale 0 en todos sus puntos del dominio excepto en el i , en donde vale 1.

$$e(x_1, x_0) = \overline{x_1} \cdot x_0 = m_1$$

$$v(\overline{x_1} \cdot x_0, (0,0)) = \overline{0} \cdot 0 = 0$$

$$v(\overline{x_1} \cdot x_0, (0,1)) = \overline{0} \cdot 1 = 1$$

$$v(\overline{x_1} \cdot x_0, (1,0)) = \overline{1} \cdot 0 = 0$$

$$v(\overline{x_1} \cdot x_0, (1,1)) = \overline{1} \cdot 1 = 0$$

	x_1	x_0	$f(x_1, x_0)$
0	0	0	0
1	0	1	1
2	1	0	0
3	1	1	0



Suma de productos canónica

- **Suma de productos canónica (SPC):** EC compuesta únicamente por sumas de mintérminos en la que no hay mintérminos repetidos.

$$\begin{aligned} e(x_2, x_1, x_0) &= x_2 \cdot x_1 \cdot x_0 + \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot x_0 + \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot x_0 \\ &= m_7 + m_3 + m_1 = \sum m(7,3,1) \end{aligned}$$

- **Propiedad:** Toda SPC representa a una FC que vale 1 en cada uno de los puntos del dominio asociados a cada uno de los mintérminos que forman la SPC y 0 en el resto.
 - Y viceversa, toda FC de n variables puede representarse como una SPC compuesta por la suma de todos los mintérminos de n variables asociados a cada uno de los puntos del dominio para los cuales la FC vale 1.
 - Además, **toda FC, tiene una y solo una representación como SPC** (por eso se llama canónica).



Suma de productos canónica

$$e(x_2, x_1, x_0) = \sum m(7,3,1)$$

$$x_2 \cdot x_1 \cdot x_0 + \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot x_0 + \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot x_0$$

	x_2	x_1	x_0	m_7	m_3	m_1	$m_7 + m_3 + m_1$
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1
2	0	1	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	1	0	1
4	1	0	0	0	0	0	0
5	1	0	1	0	0	0	0
6	1	1	0	0	0	0	0
7	1	1	1	1	0	0	1

Suma de productos canónica



- **Notación:** La comodidad de la notación compacta de una SPC como sumatorio de minterminos suele usarse para describir FC incompletamente especificadas.

Téngase en cuenta que es un **abuso de notación**, ya que las EC solo pueden representar FC completamente especificadas.

	x_2	x_1	x_0	$f(x_2, x_1, x_0)$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	-
6	1	1	0	-
7	1	1	1	1

$$e(x_2, x_1, x_0) = \sum m(7,3,1) + \sum d(5,6)$$



Conversión de una EC a su SPC

- Dos EC son equivalentes si representan a la misma FC.
 - Dado que toda FC tiene una única SPC que la representa: dos EC son equivalentes si ambas son equivalentes a una misma SPC.

- Método 1:
 - Evaluando la EC punto a punto hasta obtener la tabla de verdad de la FC que representa.

- Método 2:
 - Transformando la EC en una suma de productos:
 - Aplicando ley de Morgan
 - Aplicando la distributividad del producto
 - Multiplicando cada término producto que no contenga una cierta variable x_i por $(x_i + \bar{x}_i) = 1$ y aplicando distributividad.
 - Eliminando los mintérminos repetidos.



Conversión de una EC a su SPC

$$e(x_2, x_1, x_0) = x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

	x_2	x_1	x_0				
0	0	0	0				
1	0	0	1				
2	0	1	0				
3	0	1	1				
4	1	0	0				
5	1	0	1				
6	1	1	0				
7	1	1	1				



Conversión de una EC a su SPC

$$e(x_2, x_1, x_0) = x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

	x_2	x_1	x_0	$x_1 x_0$			
0	0	0	0	0			
1	0	0	1	0			
2	0	1	0	0			
3	0	1	1	1			
4	1	0	0	0			
5	1	0	1	0			
6	1	1	0	0			
7	1	1	1	1			



Conversión de una EC a su SPC

$$e(x_2, x_1, x_0) = x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

	x_2	x_1	x_0	$x_1 x_0$	$\overline{(x_1 x_0)}$		
0	0	0	0	0	1		
1	0	0	1	0	1		
2	0	1	0	0	1		
3	0	1	1	1	0		
4	1	0	0	0	1		
5	1	0	1	0	1		
6	1	1	0	0	1		
7	1	1	1	1	0		



Conversión de una EC a su SPC

$$e(x_2, x_1, x_0) = x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

	x_2	x_1	x_0	$x_1 x_0$	$\overline{(x_1 x_0)}$	$x_2 \overline{(x_1 x_0)}$	
0	0	0	0	0	1	0	
1	0	0	1	0	1	0	
2	0	1	0	0	1	0	
3	0	1	1	1	0	0	
4	1	0	0	0	1	1	
5	1	0	1	0	1	1	
6	1	1	0	0	1	1	
7	1	1	1	1	0	0	



Conversión de una EC a su SPC

$$e(x_2, x_1, x_0) = x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

	x_2	x_1	x_0	$x_1 x_0$	$\overline{(x_1 x_0)}$	$x_2 \overline{(x_1 x_0)}$	$x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$
0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0
2	0	1	0	0	1	0	0
3	0	1	1	1	0	0	1
4	1	0	0	0	1	1	1
5	1	0	1	0	1	1	1
6	1	1	0	0	1	1	1
7	1	1	1	1	0	0	1



Conversión de una EC a su SPC

$$e(x_2, x_1, x_0) = x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

	x_2	x_1	x_0	$x_1 x_0$	$\overline{(x_1 x_0)}$	$x_2 \overline{(x_1 x_0)}$	$x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$
0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0
2	0	1	0	0	1	0	0
3	0	1	1	1	0	0	1
4	1	0	0	0	1	1	1
5	1	0	1	0	1	1	1
6	1	1	0	0	1	1	1
7	1	1	1	1	0	0	1

$$\sum m(3, 4, 5, 6, 7)$$

Conversión de una EC a su SPC



$$x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

Conversión de una EC a su SPC



$$\begin{aligned} & x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0 \\ &= x_2 (\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1 x_0 \end{aligned}$$

ley de Morgan

Conversión de una EC a su SPC



$$\begin{aligned} & x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0 \\ &= x_2 (\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1 x_0 \\ &= x_2 \overline{x_1} + x_2 \overline{x_0} + x_1 x_0 \end{aligned}$$

ley de Morgan

distributiva



Conversión de una EC a su SPC

$$x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

ley de Morgan

$$= x_2 (\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1 x_0$$

distributiva

$$= x_2 \overline{x_1} + x_2 \overline{x_0} + x_1 x_0$$

elem. neutro e idempotencia

$$= x_2 \overline{x_1} (x_0 + \overline{x_0}) + x_2 (x_1 + \overline{x_1}) \overline{x_0} + \\ + (x_2 + \overline{x_2}) x_1 x_0$$



Conversión de una EC a su SPC

$$x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

ley de Morgan

$$= x_2 (\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1 x_0$$

distributiva

$$= x_2 \overline{x_1} + x_2 \overline{x_0} + x_1 x_0$$

elem. neutro e idempotencia

$$= x_2 \overline{x_1} (x_0 + \overline{x_0}) + x_2 (x_1 + \overline{x_1}) \overline{x_0} +$$

$$+ (x_2 + \overline{x_2}) x_1 x_0 \quad \textit{distributiva}$$

$$= x_2 \overline{x_1} x_0 + x_2 \overline{x_1} \overline{x_0} + x_2 x_1 \overline{x_0} + x_2 \overline{x_1} \overline{x_0}$$

$$+ x_2 x_1 x_0 + \overline{x_2} x_1 x_0$$



Conversión de una EC a su SPC

$$x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

ley de Morgan

$$= x_2 (\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1 x_0$$

distributiva

$$= x_2 \overline{x_1} + x_2 \overline{x_0} + x_1 x_0$$

elem. neutro e idempotencia

$$= x_2 \overline{x_1} (x_0 + \overline{x_0}) + x_2 (x_1 + \overline{x_1}) \overline{x_0} +$$

$$+ (x_2 + \overline{x_2}) x_1 x_0 \quad \textit{distributiva}$$

$$= x_2 \overline{x_1} x_0 + x_2 \overline{x_1} \overline{x_0} + x_2 x_1 \overline{x_0} + x_2 \overline{x_1} \overline{x_0}$$

$$+ x_2 x_1 x_0 + \overline{x_2} x_1 x_0$$

$$= m_5 + m_4 + m_6 + m_4 + m_7 + m_3$$



Conversión de una EC a su SPC

$$x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0$$

ley de Morgan

$$= x_2 (\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1 x_0$$

distributiva

$$= x_2 \overline{x_1} + x_2 \overline{x_0} + x_1 x_0$$

elem. neutro e idempotencia

$$= x_2 \overline{x_1} (x_0 + \overline{x_0}) + x_2 (x_1 + \overline{x_1}) \overline{x_0} +$$

$$+ (x_2 + \overline{x_2}) x_1 x_0 \quad \textit{distributiva}$$

$$= x_2 \overline{x_1} x_0 + x_2 \overline{x_1} \overline{x_0} + x_2 x_1 \overline{x_0} + x_2 \overline{x_1} \overline{x_0}$$

$$+ x_2 x_1 x_0 + \overline{x_2} x_1 x_0$$

$$= m_5 + m_4 + m_6 + \cancel{m_4} + m_7 + m_3 \quad \textit{eliminación de repetidos}$$

$$= \sum m(3, 4, 5, 6, 7)$$



Mapas de Karnaugh

- Mapa de Karnaugh: tabla de verdad de doble entrada que permite obtener de manera gráfica una **EC mínima en forma de suma de productos** que la represente.
 - **EC mínima** que tenga el menor número de términos producto y éstos el menor número de literales.
- Un mapa de **Karnaugh de n variables** tiene las siguientes propiedades:
 - Como la tabla de verdad que es, tiene **2^n casillas** cada una de ellas asociada a un mintermino.
 - Los minterminos asociados a **casillas adyacentes** solo se **diferencian en la polaridad de una de las variables**.
 - Dos minterminos adyacentes pueden representarse por un término producto en donde no aparece la variable con diferente polaridad.



Mapas de Karnaugh

	x_0	0	1
x_1	0	0 (00)	1 (01)
	1	2 (10)	3 (11)

x_0

2 variables

		$x_1 x_0$	00	01	11	10
x_2	0		0	1	3	2
	1		4	5	7	6

x_0 x_1

x_2

3 variables



Mapas de Karnaugh

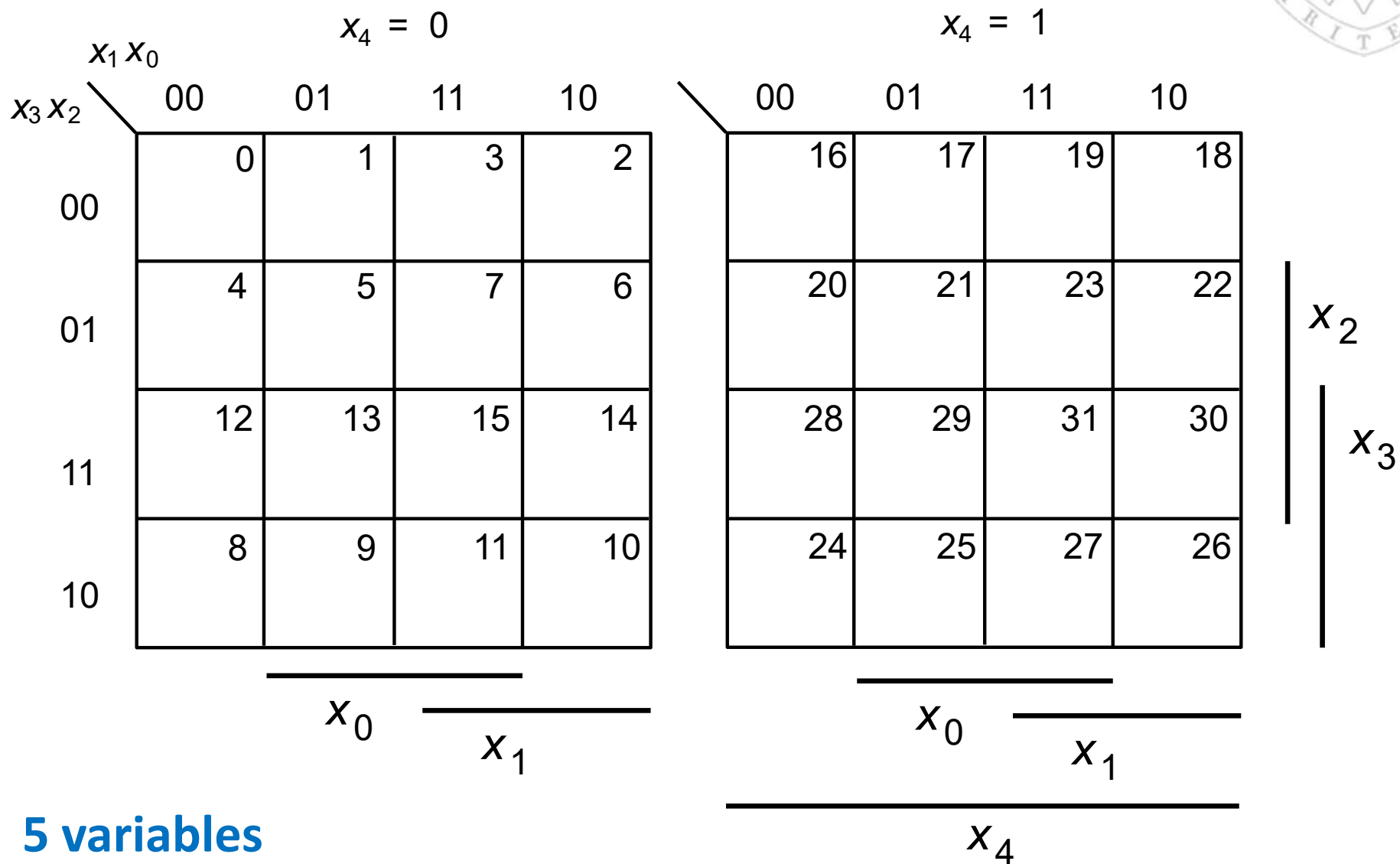
		$x_1 x_0$			
		00	01	11	10
$x_3 x_2$	00	0	1	3	2
	01	4	5	7	6
11	12	13	15	14	
10	8	9	11	10	

Diagram illustrating a 4-variable Karnaugh map. The map is a 4x4 grid with rows labeled $x_3 x_2$ (00, 01, 11, 10) and columns labeled $x_1 x_0$ (00, 01, 11, 10). The cells contain the decimal values 0 through 15. The map is annotated with variable labels: x_0 and x_1 are indicated by horizontal lines below the columns, x_2 by a vertical line to the right of the first two rows, and x_3 by a vertical line to the right of the last two rows.

4 variables



Mapas de Karnaugh



5 variables



Mapas de Karnaugh

	x_1x_0			
x_3x_2	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

$x_5 = 0$

	00	01	11	10
00	32	33	35	34
01	36	37	39	38
11	44	45	47	46
10	40	41	43	42

	00	01	11	10
00	48	49	51	50
01	52	53	55	54
11	60	61	63	62
10	56	57	59	58

$x_5 = 1$

$x_4 = 0$

$x_4 = 1$

¡6 variables!



Mapas de Karnaugh

- Para obtener el mapa de Karnaugh de una SPC basta con marcar los mintérminos que la forman.



Mapas de Karnaugh

- Para obtener el mapa de Karnaugh de una SPC basta con marcar los minterminos que la forman.

$$f(x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 3, 7)$$

$x_2 \backslash x_1 x_0$	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

x_0 x_1

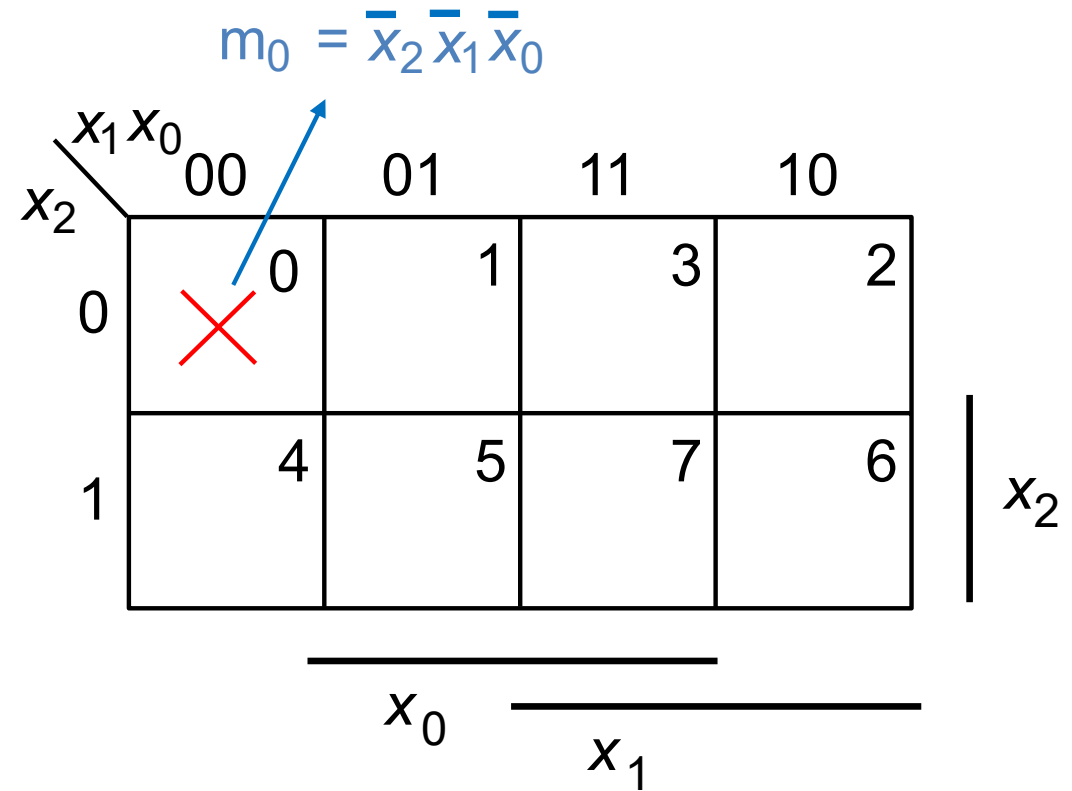
x_2



Mapas de Karnaugh

- Para obtener el mapa de Karnaugh de una SPC basta con marcar los minterminos que la forman.

$$f(x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 3, 7)$$

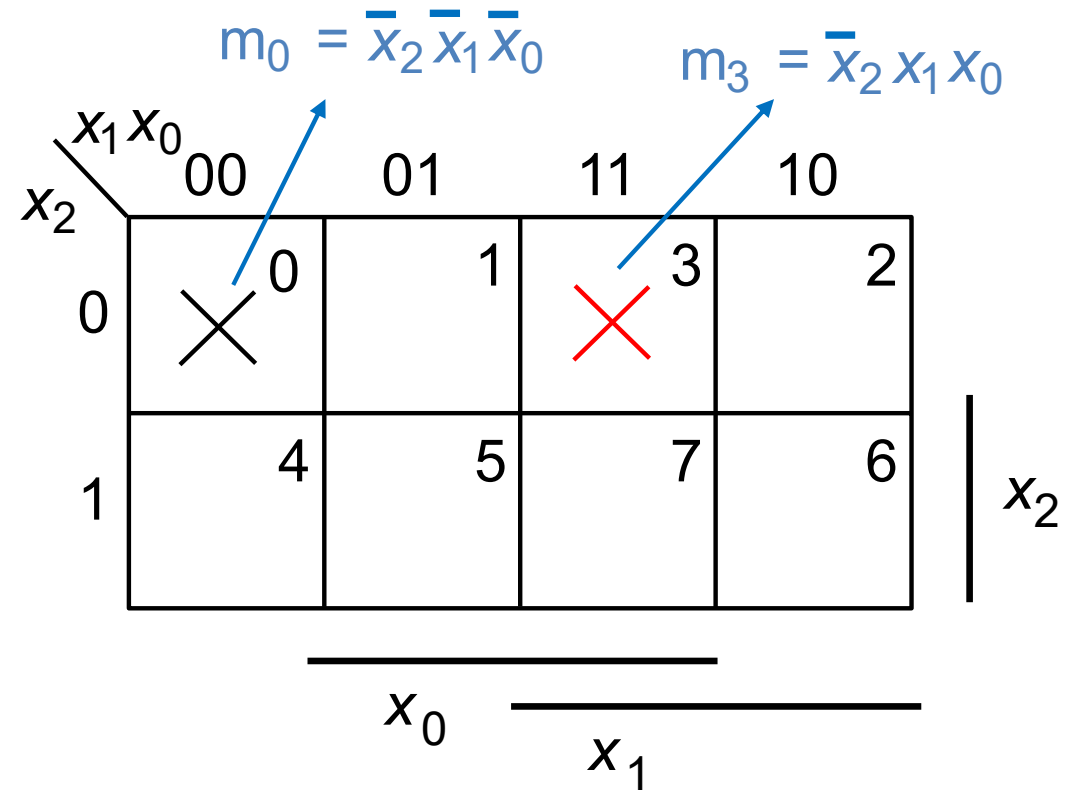




Mapas de Karnaugh

- Para obtener el mapa de Karnaugh de una SPC basta con marcar los mintérminos que la forman.

$$f(x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 3, 7)$$

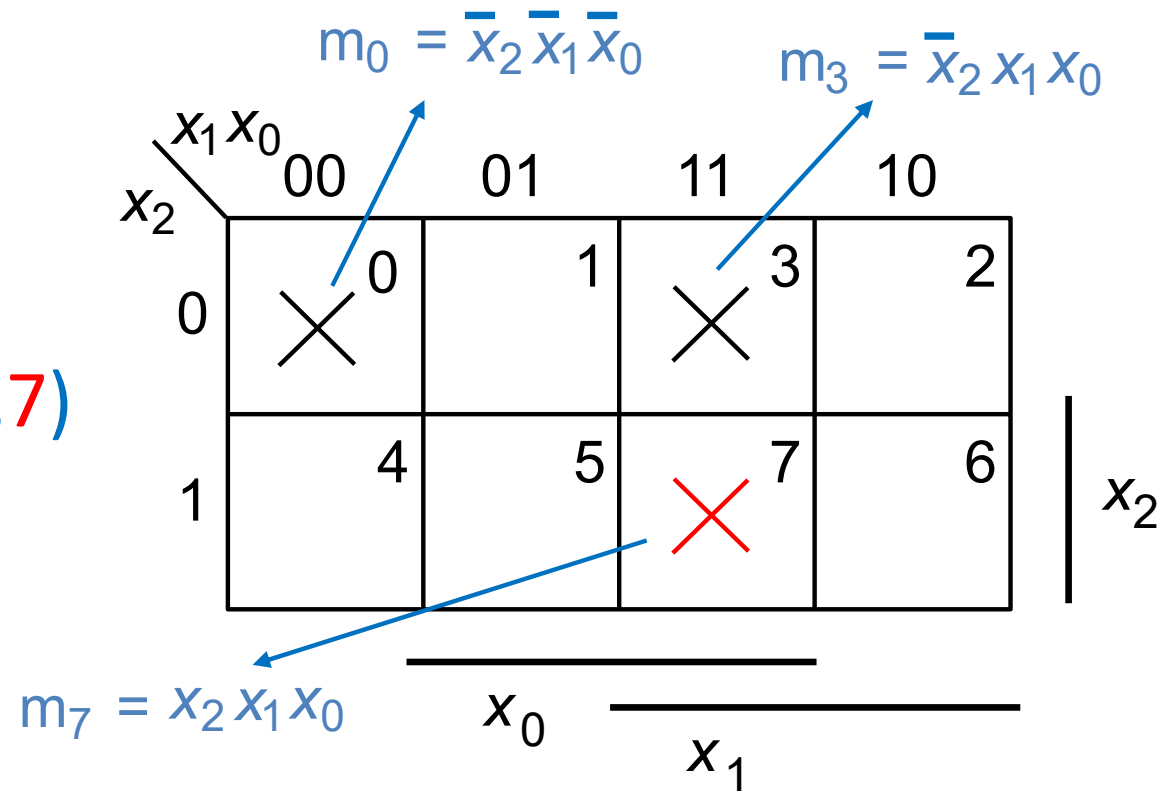




Mapas de Karnaugh

- Para obtener el mapa de Karnaugh de una SPC basta con marcar los mintérminos que la forman.

$$f(x_2, x_1, x_0) = \Sigma m(0, 3, 7)$$

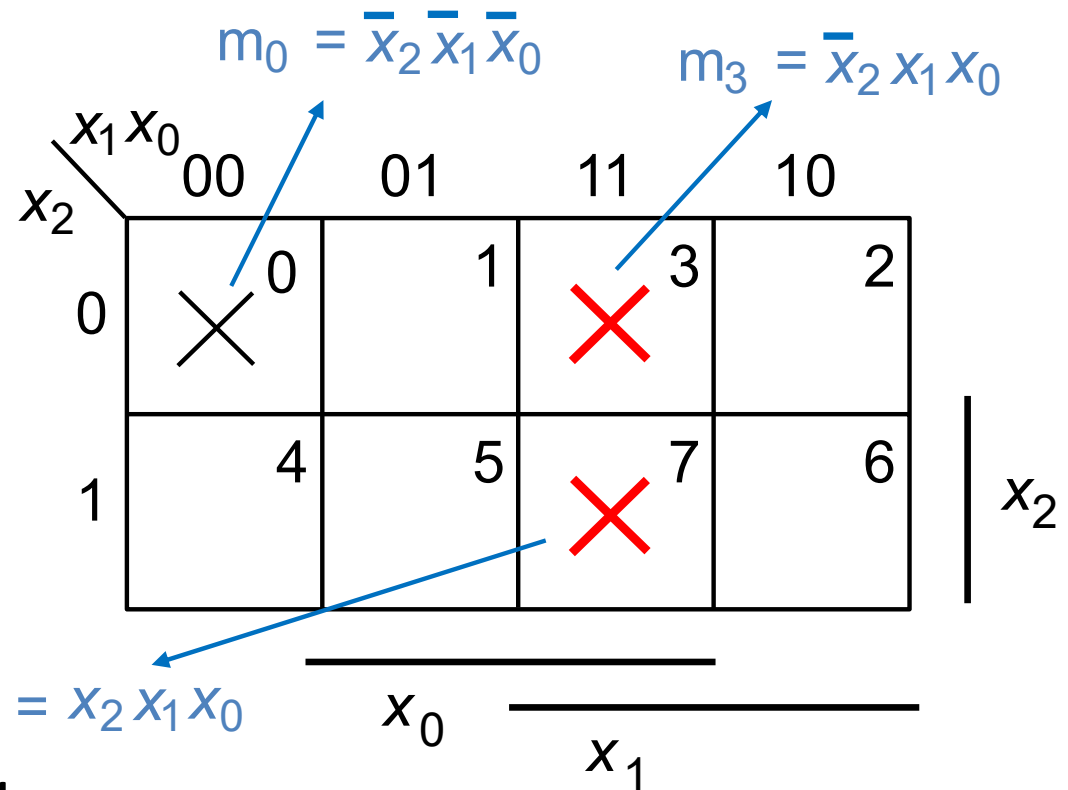




Mapas de Karnaugh

- Para obtener el mapa de Karnaugh de una SPC basta con marcar los mintérminos que la forman.

$$f(x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 3, 7)$$



- m_3 y m_7 son adyacentes luego:

$$m_3 + m_7 = \overline{x_2}x_1x_0 + x_2x_1x_0 = (\overline{x_2} + x_2)x_1x_0 = x_1x_0$$



Simplificación por MK

- Procedimiento de simplificación:
 - Construir el mapa de Karnaugh de la FC
 - Cubrir todos los minterminos con el menor número posible de rectángulos de tamaño en casillas múltiplo de 2 (1, 2, 4, 8, 16...)
 - Cada rectángulo se corresponde con un término producto, más simple conforme mayor es el rectángulo.
 - La EC simplificada será la suma de los términos producto obtenidos.
 - Si hay *don't cares*, pueden tomarse como 0 ó 1 según convenga



Simplificación por MK

- Estrategias:
 - Los rectángulos deberán ser lo mayor posible, así los términos producto tendrán un menor número de literales.
 - Si es necesario, una misma casilla puede ser cubierta varias veces por distintos rectángulos (para que éstos puedan ser más grandes).
 - Si una casilla puede cubrirse de distintos modos, empezar cubriendo aquellas que solo puedan hacerlo de una manera.
 - Las casillas frontera pueden cubrirse junto con las del otro extremo.
 - Las casillas de las esquinas pueden cubrirse todas juntas.



Simplificación por MK

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 6, 7, 8, 9, 10, 14, 15)$$



Simplificación por MK

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 6, 7, 8, 9, 10, 14, 15)$$

		$x_1 x_0$			
		00	01	11	10
$x_3 x_2$	00	0	1	3	2
	01	4	5	7	6
	11	12	13	15	14
	10	8	9	11	10

Diagram illustrating the Karnaugh map (MK) for the function $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$. The map is a 4x4 grid with rows labeled $x_3 x_2$ (00, 01, 11, 10) and columns labeled $x_1 x_0$ (00, 01, 11, 10). The cells contain the minterm numbers 0 through 15. The function is defined as $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 6, 7, 8, 9, 10, 14, 15)$. The map is annotated with lines indicating the variables x_0 , x_1 , x_2 , and x_3 .



Simplificación por MK

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 6, 7, 8, 9, 10, 14, 15)$$

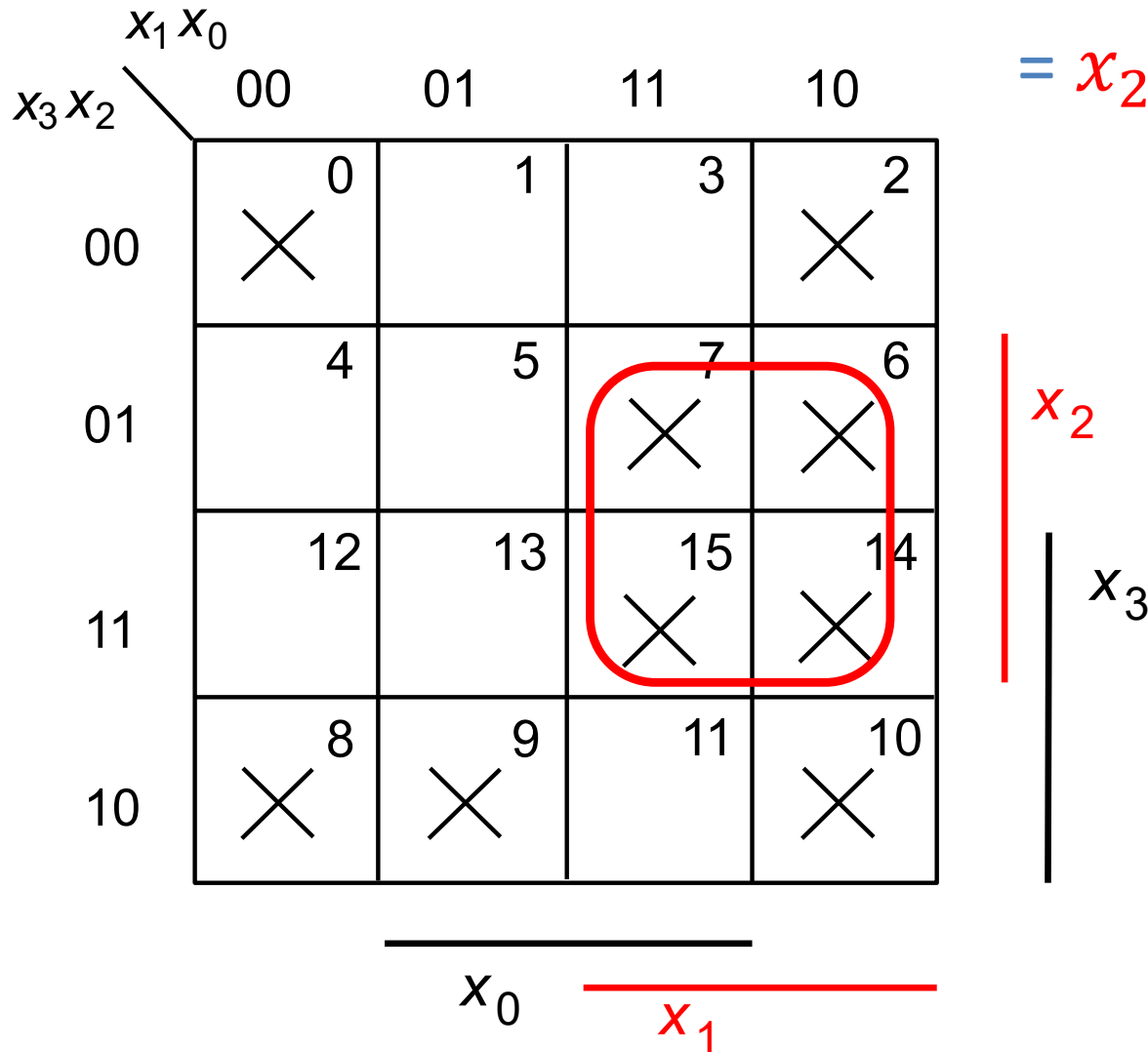
		$x_1 x_0$			
		00	01	11	10
$x_3 x_2$	00	0 ×	1	3	2 ×
	01	4	5	7 ×	6 ×
	11	12	13	15 ×	14 ×
	10	8 ×	9 ×	11	10 ×

Diagram illustrating the Karnaugh map for the function $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 6, 7, 8, 9, 10, 14, 15)$. The map is a 4x4 grid with rows labeled $x_3 x_2$ (00, 01, 11, 10) and columns labeled $x_1 x_0$ (00, 01, 11, 10). The cells contain minterm numbers (0-15). Red 'X' marks indicate the minterms included in the function: 0, 2, 6, 7, 8, 9, 10, 14, and 15. The map is annotated with variable labels x_0 and x_1 at the bottom, and x_2 and x_3 on the right side, indicating the grouping of variables.



Simplificación por MK

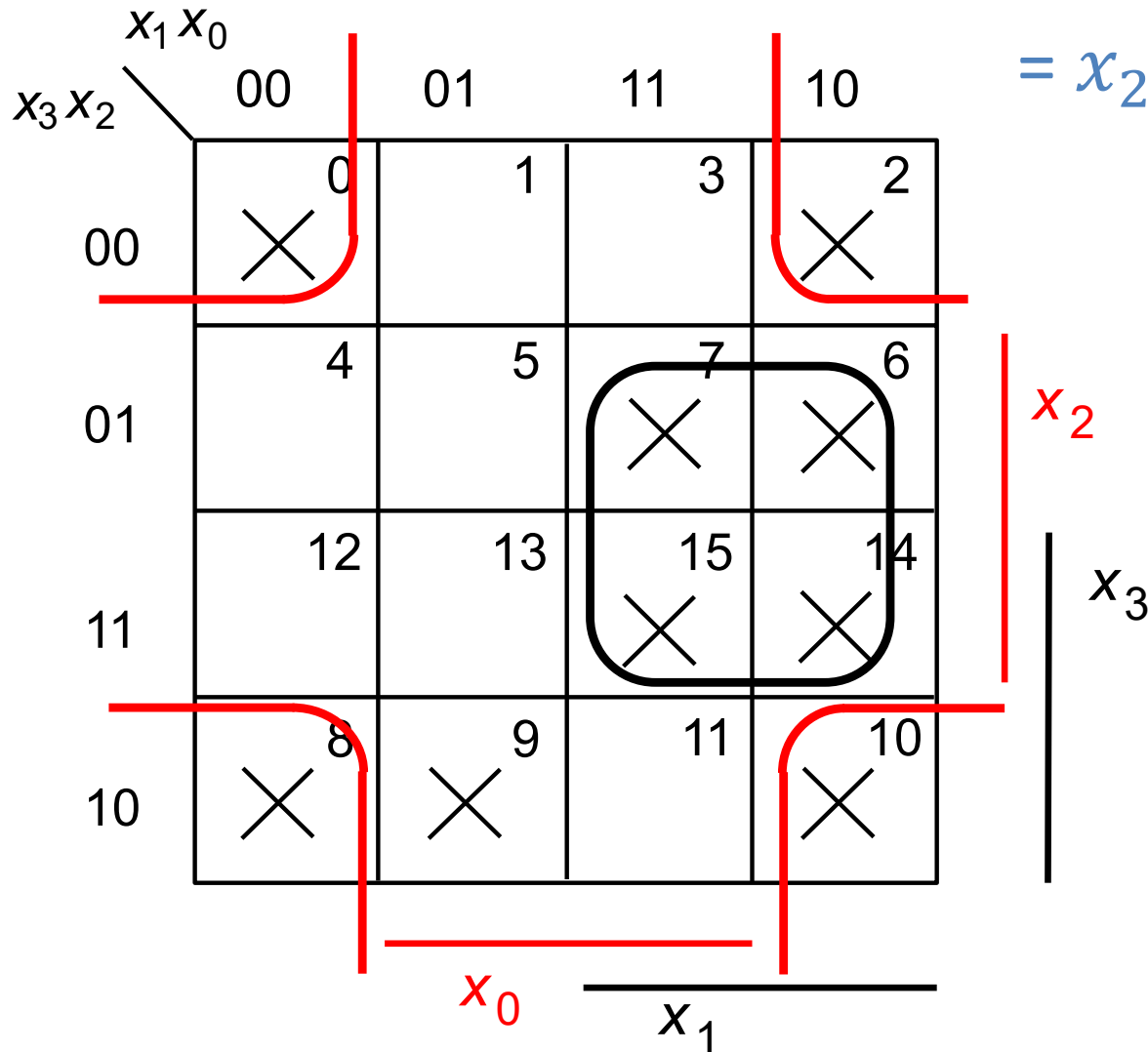
$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 6, 7, 8, 9, 10, 14, 15)$$
$$= x_2 x_1$$





Simplificación por MK

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 6, 7, 8, 9, 10, 14, 15)$$
$$= x_2 x_1 + \overline{x_2} \overline{x_0}$$

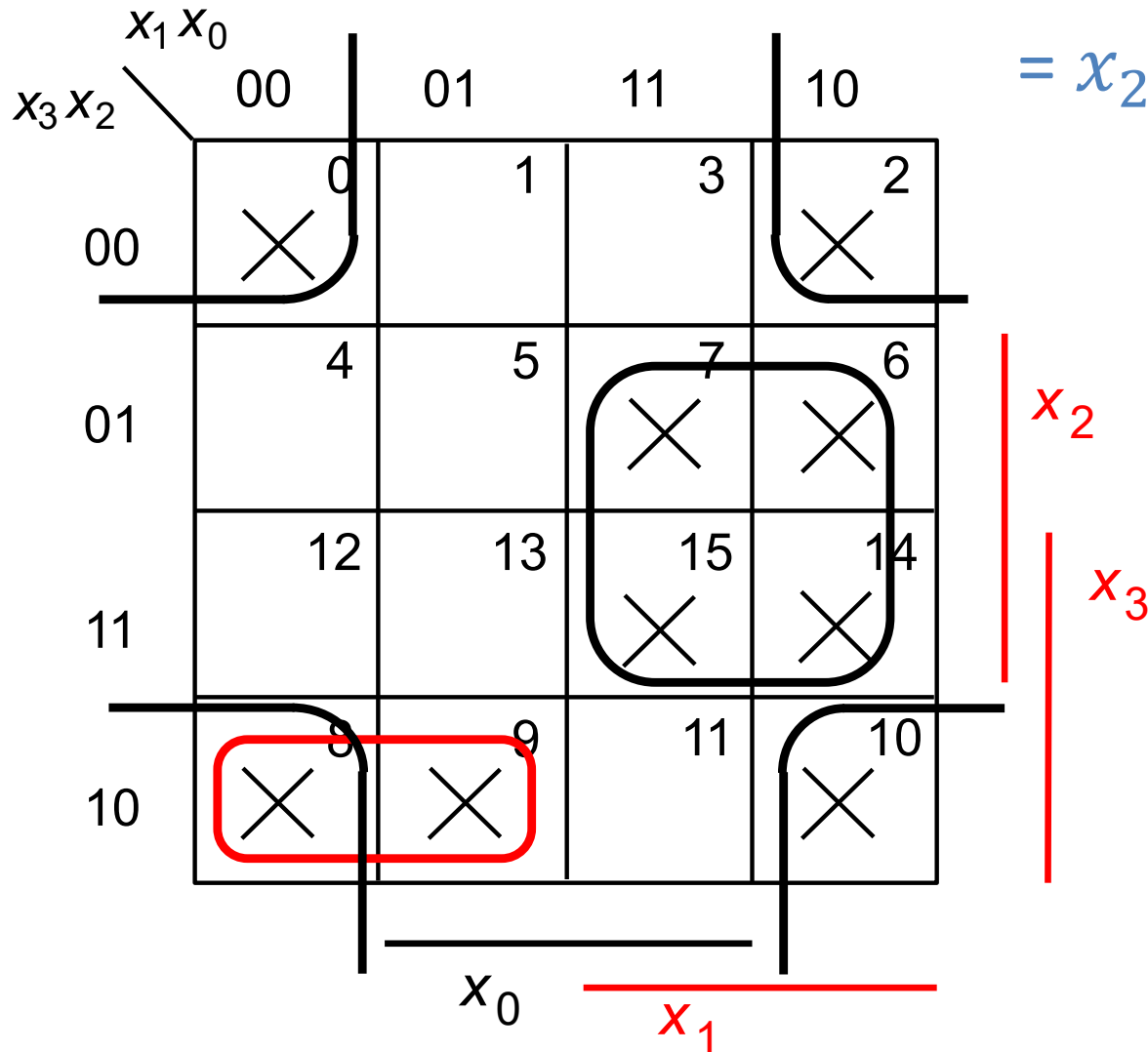




Simplificación por MK

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 6, 7, 8, 9, 10, 14, 15)$$

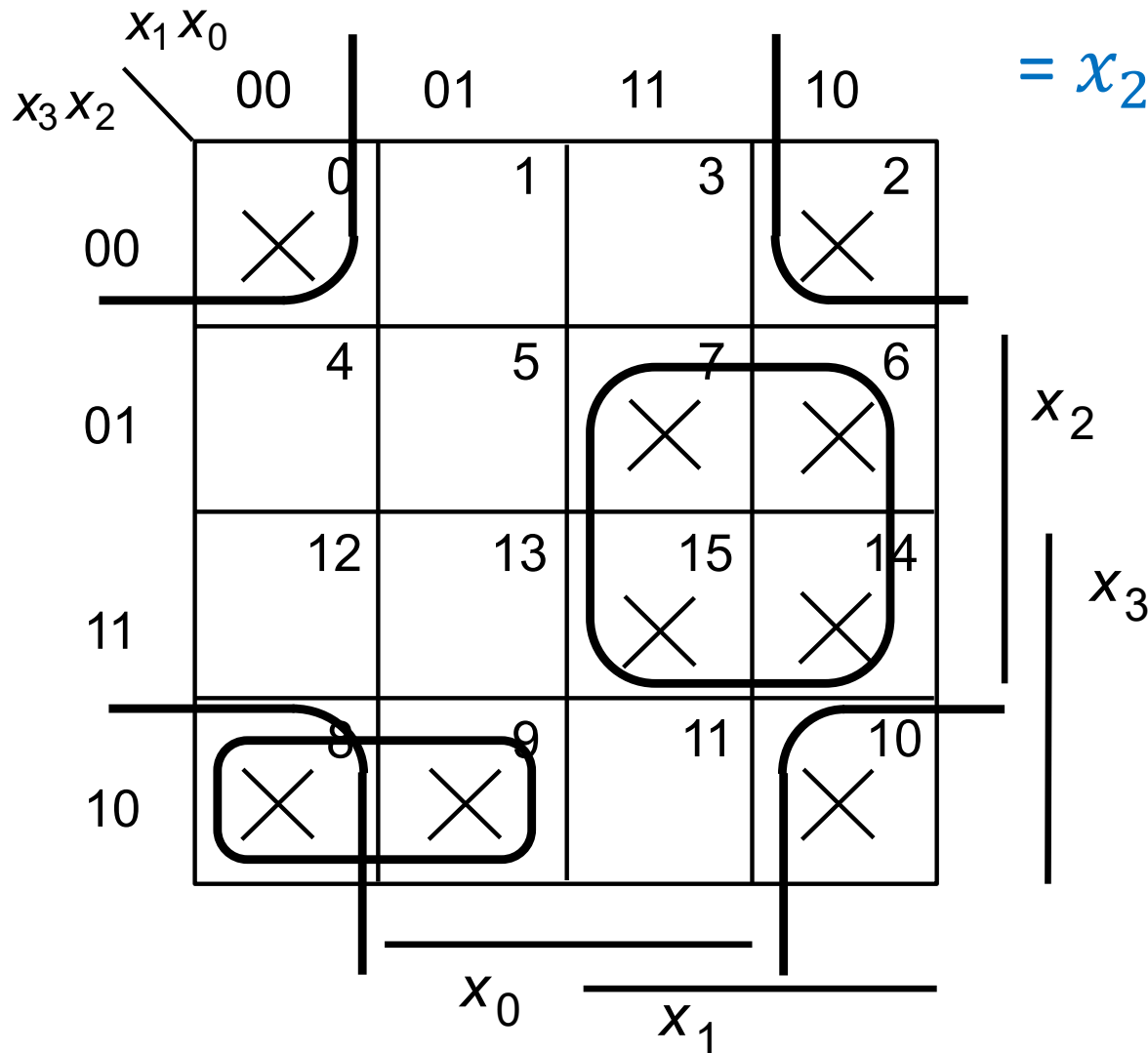
$$= x_2 x_1 + \overline{x_2} \overline{x_0} + x_3 \overline{x_2} \overline{x_1}$$





Simplificación por MK

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(0, 2, 6, 7, 8, 9, 10, 14, 15)$$
$$= x_2 x_1 + \overline{x_2} \overline{x_0} + x_3 \overline{x_2} \overline{x_1}$$





Simplificación por MK

$$f(x_2, x_1, x_0) = \Sigma m(1, 3, 4, 5)$$



Simplificación por MK

$$f(x_2, x_1, x_0) = \sum m(1, 3, 4, 5)$$

		$x_1 x_0$			
		00	01	11	10
x_2	0	0	1	3	2
	1	4	5	7	6

x_0 x_1

x_2



Simplificación por MK

$$f(x_2, x_1, x_0) = \Sigma m(1, 3, 4, 5)$$

$x_2 \backslash x_1 x_0$	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

Diagram illustrating the Karnaugh map for the function $f(x_2, x_1, x_0) = \Sigma m(1, 3, 4, 5)$. The map is a 2x4 grid with rows labeled x_2 (0 and 1) and columns labeled $x_1 x_0$ (00, 01, 11, 10). The cells contain the minterm numbers 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, and 7. The cells containing 1, 3, 4, and 5 are marked with a red 'X'. A vertical line labeled x_2 is on the right, and horizontal lines labeled x_0 and x_1 are at the bottom.



Simplificación por MK

$$f(x_2, x_1, x_0) = \sum m(1, 3, 4, 5)$$

$x_2 \backslash x_1 x_0$	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

| x_2

x_0

x_1

$$= \overline{x_1} x_0$$



Simplificación por MK

$$f(x_2, x_1, x_0) = \sum m(1, 3, 4, 5)$$

$x_2 \backslash x_1 x_0$	00	01	11	10
0	0	1 ×	3 ×	2
1	4 ×	5 ×	7	6

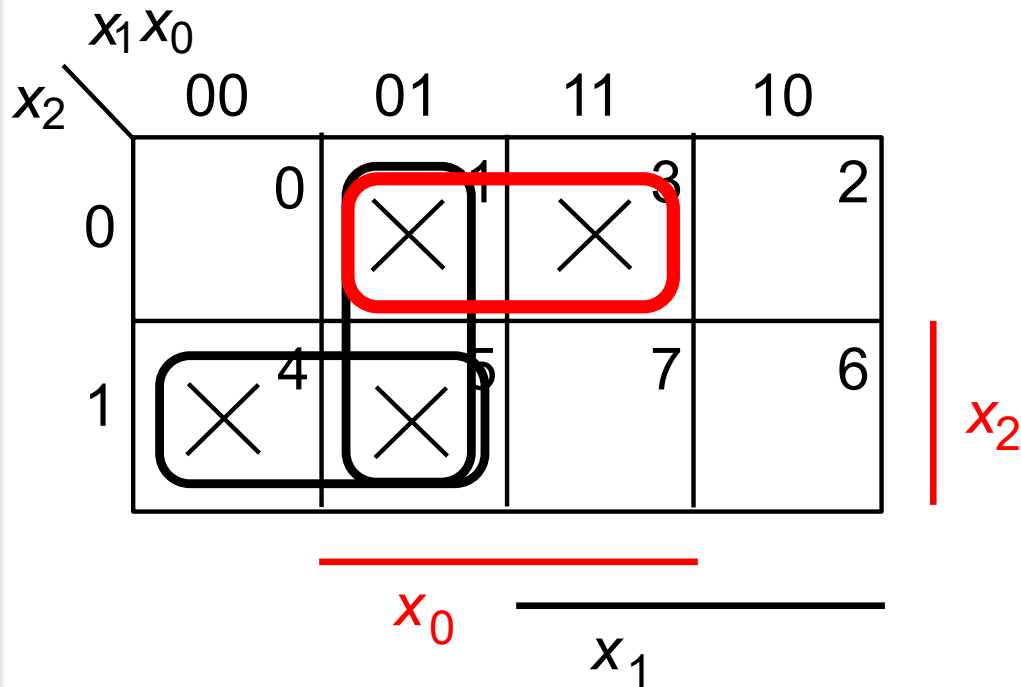
Diagram illustrating the Karnaugh map for the function $f(x_2, x_1, x_0) = \sum m(1, 3, 4, 5)$. The map shows the function value for each combination of x_2, x_1, x_0 . The variables x_2 and x_1 are indicated by red lines below the map.

$$= \overline{x_1}x_0 + x_2\overline{x_1}$$



Simplificación por MK

$$f(x_2, x_1, x_0) = \sum m(1, 3, 4, 5)$$

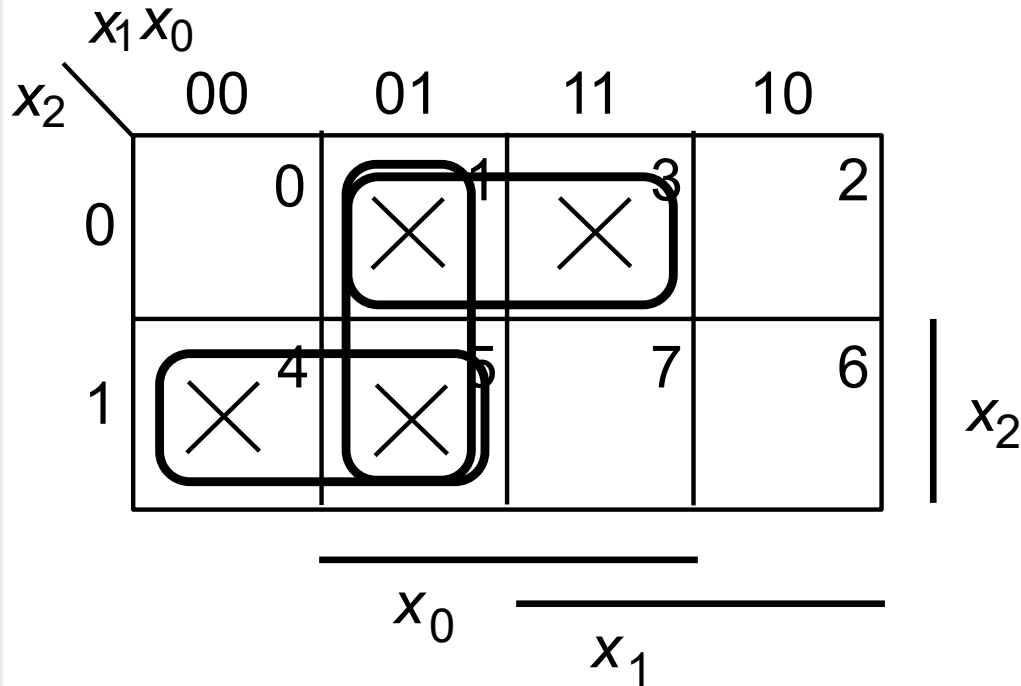


$$= \overline{x_1}x_0 + x_2\overline{x_1} + \overline{x_2}x_0$$



Simplificación por MK

$$f(x_2, x_1, x_0) = \sum m(1, 3, 4, 5)$$

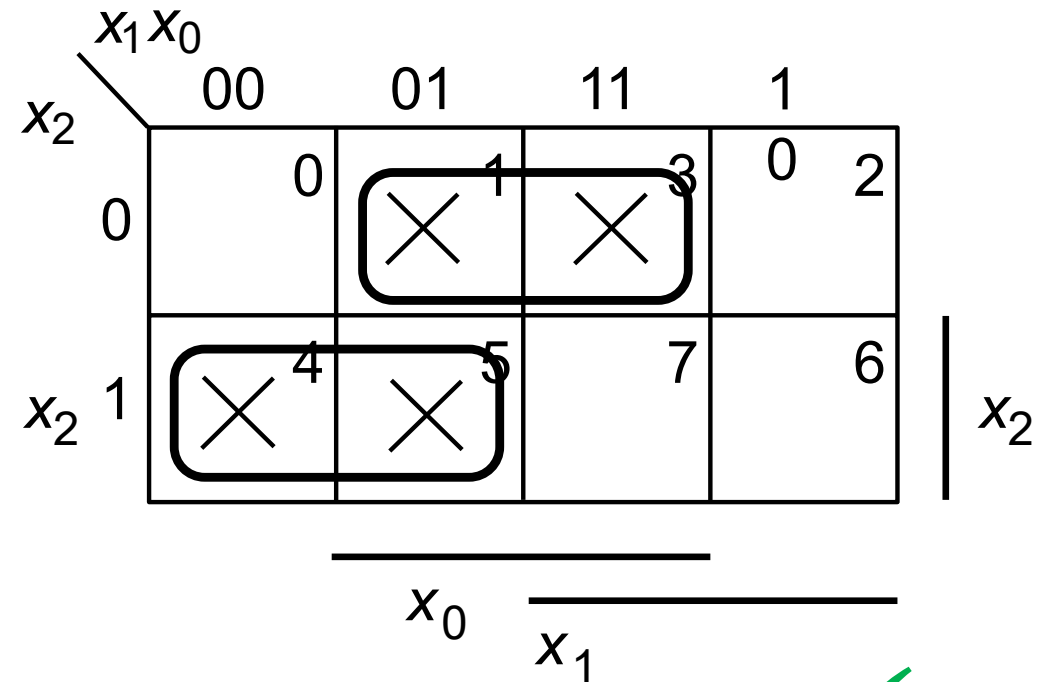
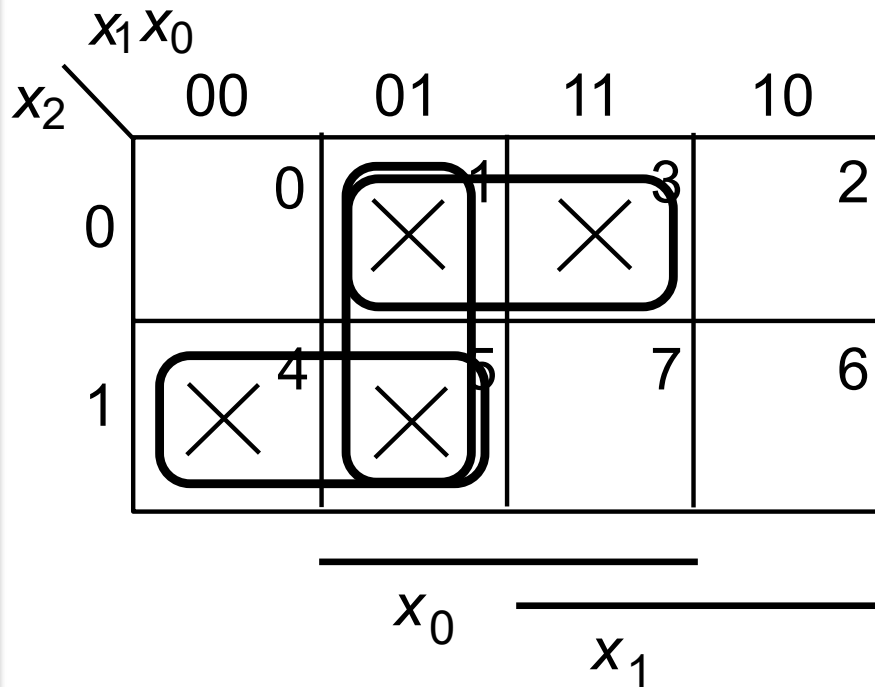


$$= \overline{x_1}x_0 + x_2\overline{x_1} + \overline{x_2}x_0$$



Simplificación por MK

$$f(x_2, x_1, x_0) = \Sigma m(1, 3, 4, 5)$$



$$= \overline{x_1}x_0 + x_2\overline{x_1} + \overline{x_2}x_0 \quad \times$$

$$= x_2\overline{x_1} + \overline{x_2}x_0 \quad \checkmark$$



Simplificación por MK

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 6, 8, 12, 14) + \sum d (0, 1, 2, 9, 10, 11)$$



Simplificación por MK

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 6, 8, 12, 14) + \sum d (0, 1, 2, 9, 10, 11)$$

$x_3 x_2$		$x_1 x_0$			
		00	01	11	10
00	0	1	3	2	
01	4	5	7	6	
11	12	13	15	14	
10	8	9	11	10	

Diagram illustrating the Karnaugh map (MK) for the function $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$. The map is a 4x4 grid with rows labeled $x_3 x_2$ (00, 01, 11, 10) and columns labeled $x_1 x_0$ (00, 01, 11, 10). The cells contain the minterm numbers 0 through 15. The function is defined as $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 6, 8, 12, 14) + \sum d (0, 1, 2, 9, 10, 11)$. The map is annotated with lines indicating the variables x_2 and x_3 for the rows and x_0 and x_1 for the columns.



Simplificación por MK

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 6, 8, 12, 14) + \sum d (0, 1, 2, 9, 10, 11)$$

$x_3 x_2$		$x_1 x_0$			
		00	01	11	10
00	0	1	3	2	
01	4	5	7	6	
11	12	13	15	14	
10	8	9	11	10	

Diagram illustrating the Karnaugh map for the function $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$. The map is a 4x4 grid with rows labeled $x_3 x_2$ (00, 01, 11, 10) and columns labeled $x_1 x_0$ (00, 01, 11, 10). The cells contain the minterm numbers 0 through 15. The cells containing 5, 6, 8, 12, and 14 are marked with a red 'X', indicating they are minterms. The cells containing 0, 1, 2, 9, 10, and 11 are marked with a red 'X', indicating they are don't care terms. The map is annotated with lines indicating the variables x_2 and x_3 for the rows, and x_0 and x_1 for the columns.



Simplificación por MK

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 6, 8, 12, 14) + \sum d (0, 1, 2, 9, 10, 11)$$

$x_3 x_2$		$x_1 x_0$			
		00	01	11	10
00	0 —	1 —	3	2 —	
01	4	5 X	7	6 X	
11	12 X	13	15	14 X	
10	8 X	9 —	11 —	10 —	

Diagram illustrating the Karnaugh map for the function $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$. The map is a 4x4 grid with rows labeled $x_3 x_2$ (00, 01, 11, 10) and columns labeled $x_1 x_0$ (00, 01, 11, 10). The cells contain the minterm numbers (0-15). The function is defined as $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 6, 8, 12, 14) + \sum d (0, 1, 2, 9, 10, 11)$. The minterms 5, 6, 8, 12, and 14 are marked with an 'X'. The don't care terms 0, 1, 2, 9, 10, and 11 are marked with a red horizontal line. The map is annotated with variables x_2 and x_3 on the right side, and x_0 and x_1 on the bottom side, indicating the grouping of variables.



Simplificación por MK

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 6, 8, 12, 14) + \sum d (0, 1, 2, 9, 10, 11)$$

$$= x_1 \overline{x_0}$$

$x_3 x_2$		$x_1 x_0$			
		00	01	11	10
00	0 —	1 —	3	2 —	
01	4	5 X	7	6 X	
11	12 X	13	15	14 X	
10	8 X	9 —	11 —	10 —	

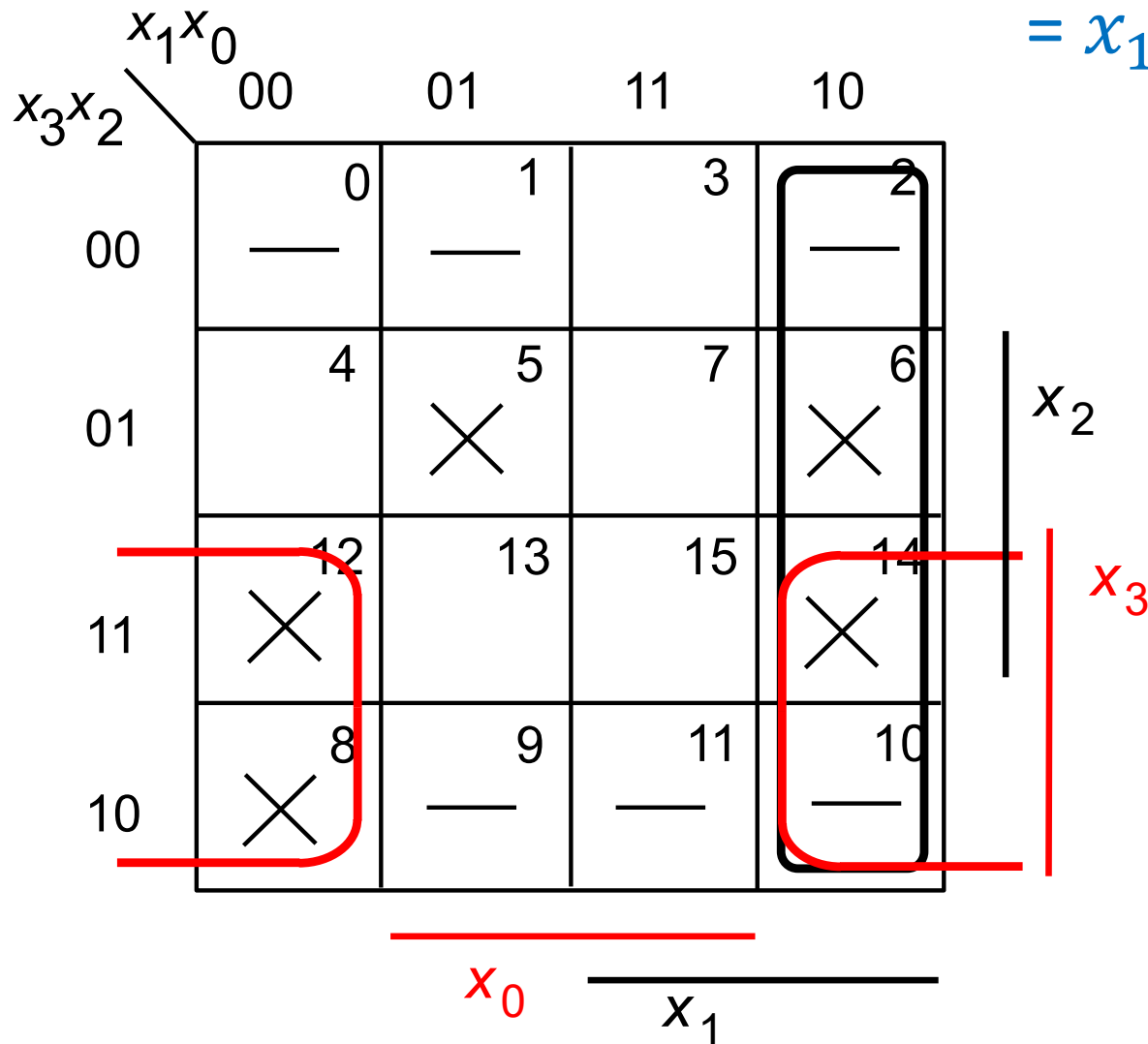
Diagram illustrating the Karnaugh map for the function $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$. The map is a 4x4 grid with rows labeled $x_3 x_2$ (00, 01, 11, 10) and columns labeled $x_1 x_0$ (00, 01, 11, 10). The cells contain the minterm numbers (0-15). The function is defined as $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 6, 8, 12, 14) + \sum d (0, 1, 2, 9, 10, 11)$. The minterms 5, 6, 8, 12, and 14 are marked with an 'X'. The don't care terms 0, 1, 2, 9, 10, and 11 are marked with a horizontal line. A red box highlights the minterms 2, 6, 14, and 10, which are grouped together to form the simplified expression $x_1 \overline{x_0}$. The variables x_2 and x_3 are indicated by vertical lines to the right of the map, and x_0 and x_1 are indicated by horizontal lines below the map.



Simplificación por MK

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 6, 8, 12, 14) + \sum d (0, 1, 2, 9, 10, 11)$$

$$= x_1 \overline{x_0} + x_3 \overline{x_0}$$

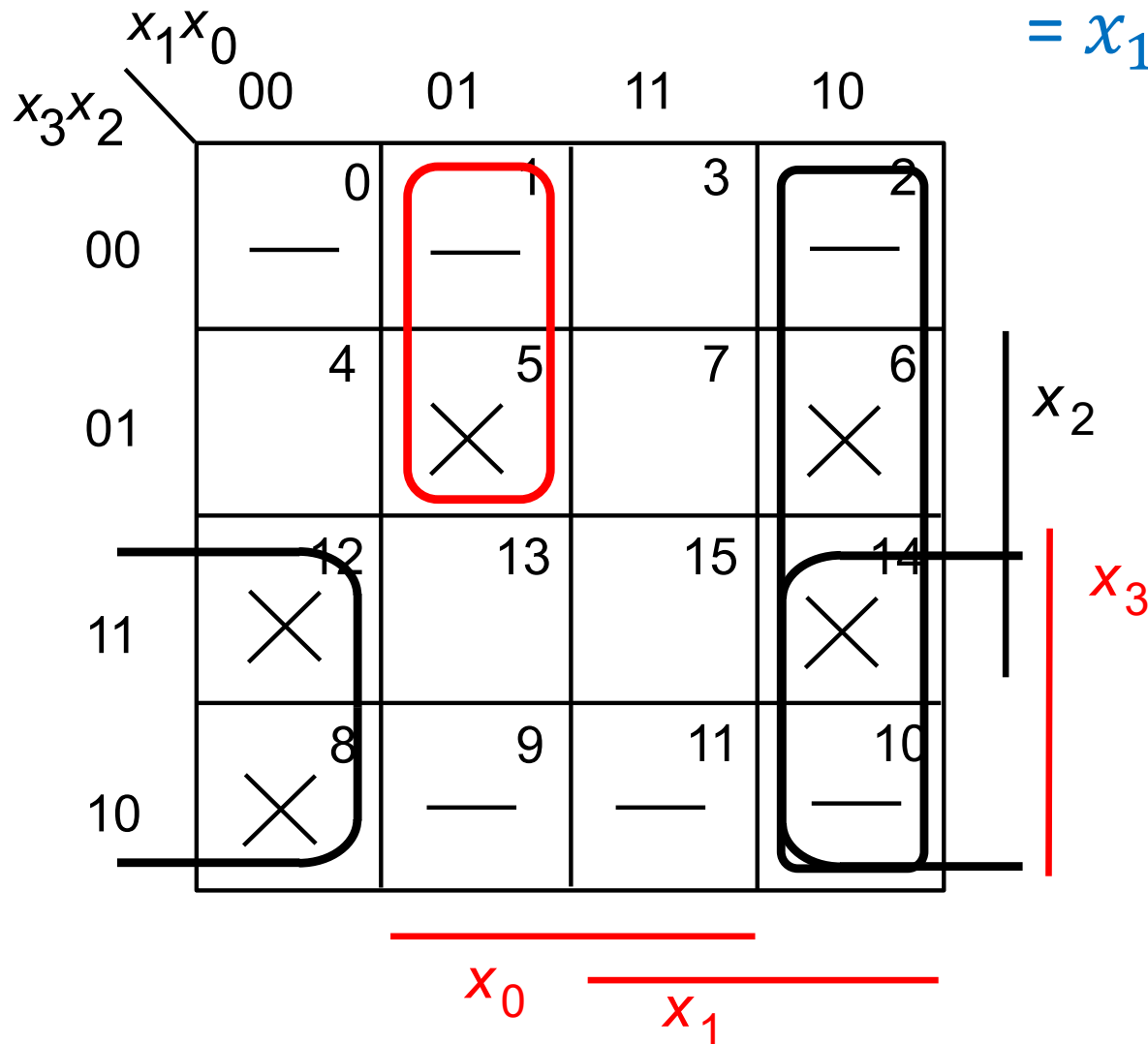




Simplificación por MK

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 6, 8, 12, 14) + \sum d (0, 1, 2, 9, 10, 11)$$

$$= x_1 \overline{x_0} + x_3 \overline{x_0} + \overline{x_3} \overline{x_1} x_0$$

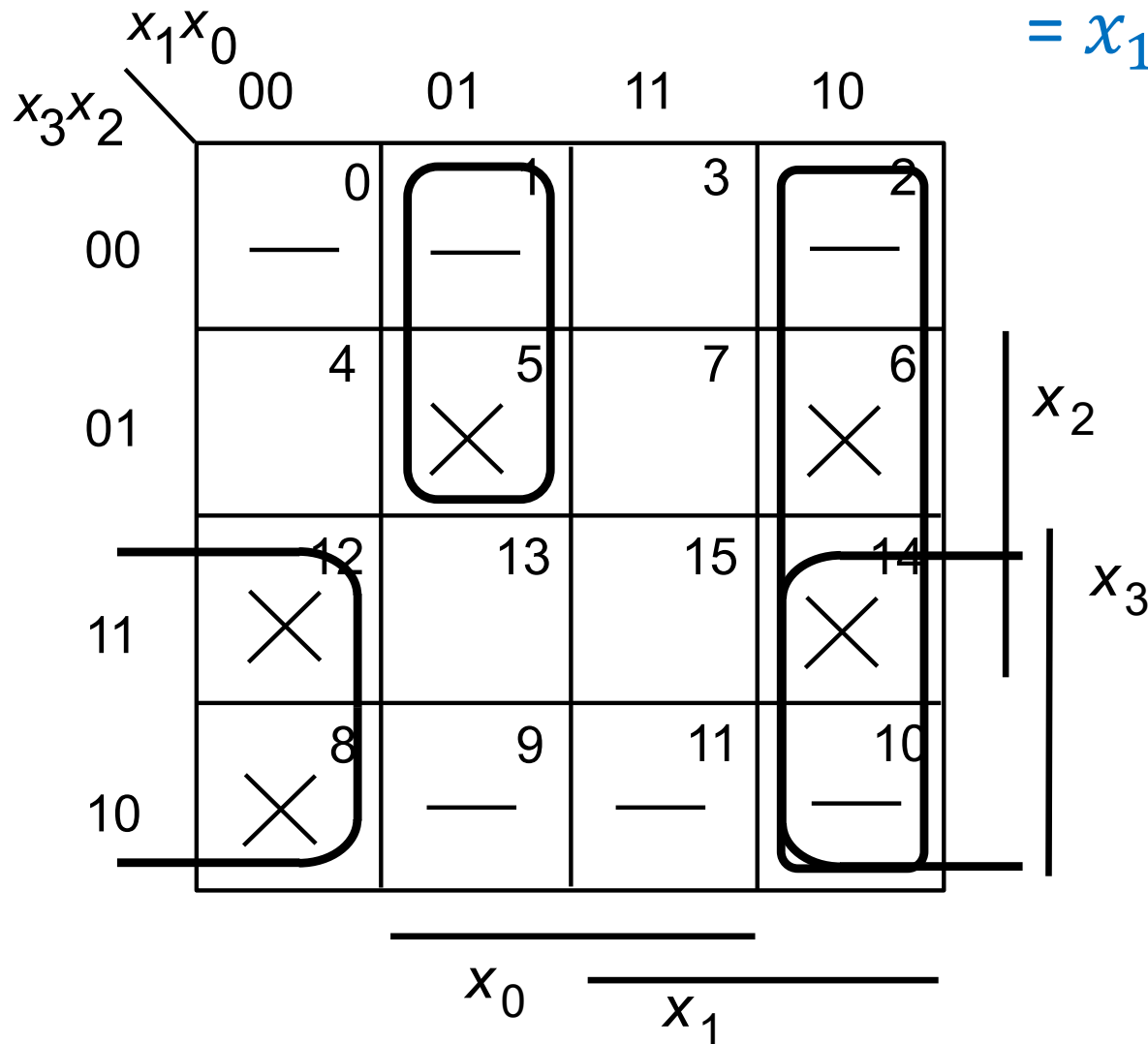




Simplificación por MK

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 6, 8, 12, 14) + \sum d (0, 1, 2, 9, 10, 11)$$

$$= x_1 \overline{x_0} + x_3 \overline{x_0} + \overline{x_3} \overline{x_1} x_0$$



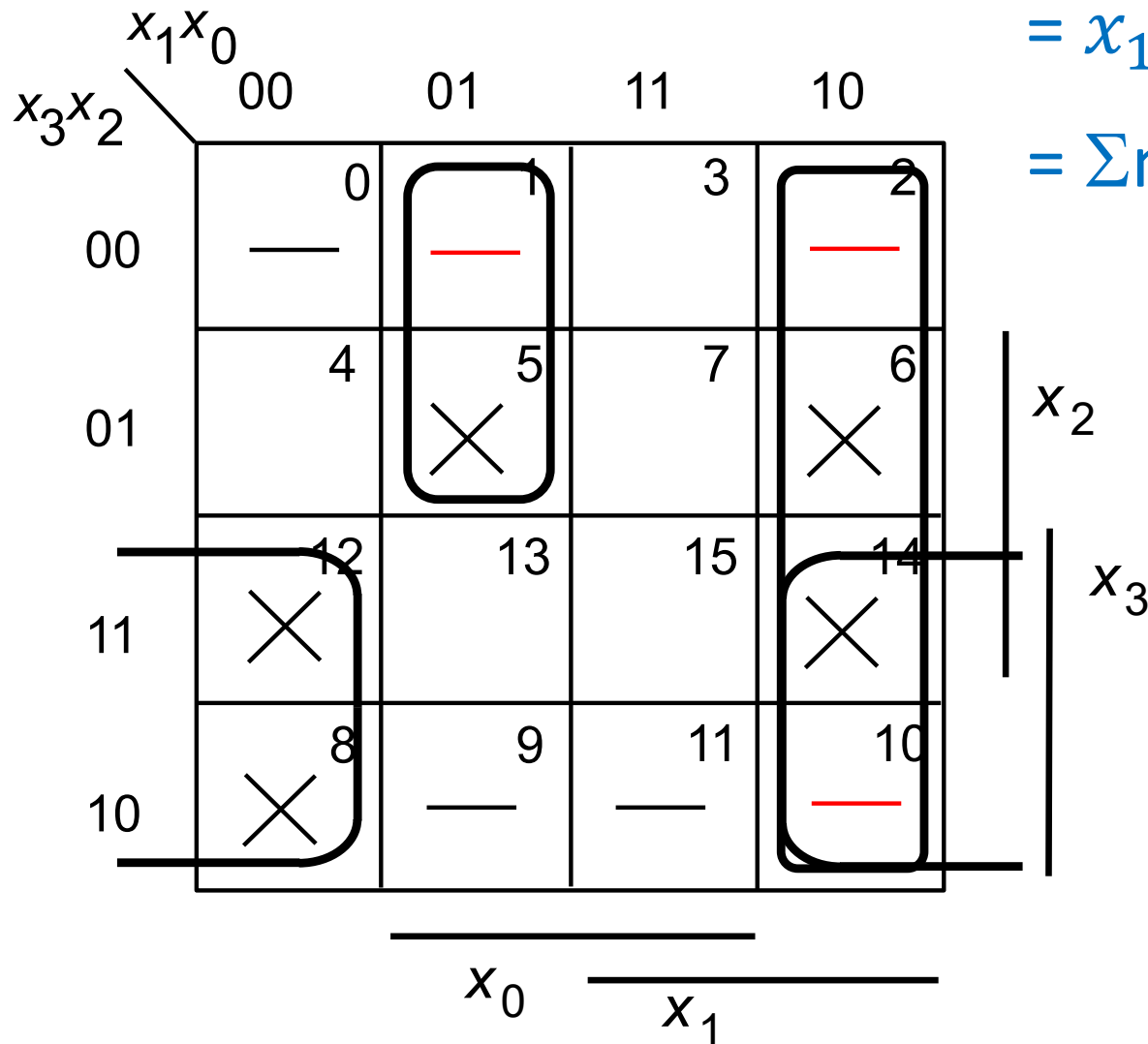


Simplificación por MK

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 6, 8, 12, 14) + \sum d (0, 1, 2, 9, 10, 11)$$

$$= x_1 \overline{x_0} + x_3 \overline{x_0} + \overline{x_3} \overline{x_1} x_0$$

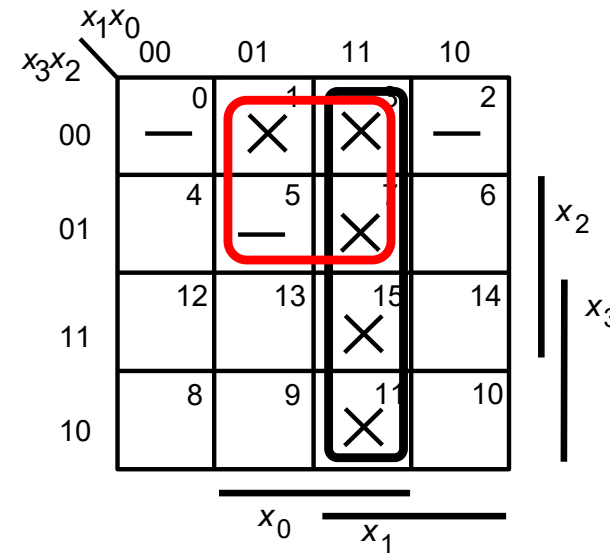
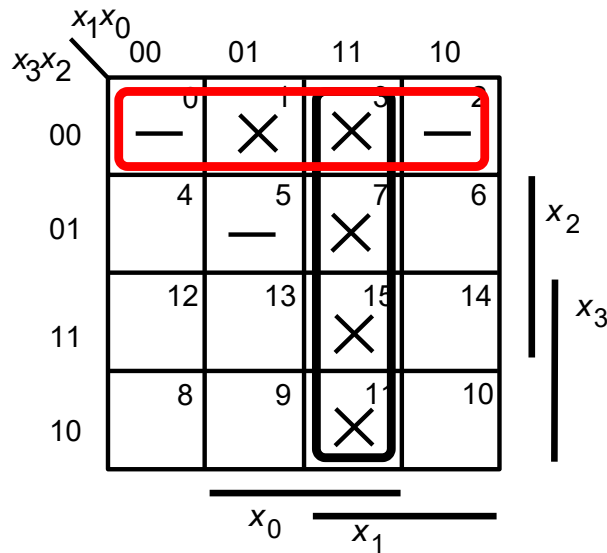
$$= \sum m (1, 2, 5, 6, 8, 10, 12, 14)$$





Equivalencia lógica vs. algebraica

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (1, 3, 7, 11, 15) + \sum d (0, 2, 5)$$



$$f_A = x_1x_0 + \overline{x_3}\overline{x_2} = \sum m (0, 1, 2, 3, 7, 11, 15) \quad f_B = x_1x_0 + \overline{x_3}x_0 = \sum m (1, 3, 5, 7, 11, 15)$$

- Dos EC son equivalentes algebraicamente si representan a la misma FC en todos los puntos del dominio.
- Dos EC son equivalentes lógicamente si representan a la misma FC en todos los puntos del dominio para los que está definida.



Simplificación por MK

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 8, 9, 10, 11, 18, 21, 22, 24, 25, 26, 27)$$



Simplificación por MK

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 8, 9, 10, 11, 18, 21, 22, 24, 25, 26, 27)$$

0	1	3	2
4	5	7	6
12	13	15	14
8	9	11	10

x_0 x_1

16	17	19	18
20	21	23	22
28	29	31	30
24	25	27	26

x_2
 x_3
 x_0 x_1
 x_4



Simplificación por MK

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 8, 9, 10, 11, 18, 21, 22, 24, 25, 26, 27)$$

0	1	3	2
4	5	7	6
12	13	15	14
8	9	11	10

x_0 x_1

16	17	19	18
20	21	23	22
28	29	31	30
24	25	27	26

x_2
 x_3
 x_0 x_1
 x_4



Simplificación por MK

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 8, 9, 10, 11, 18, 21, 22, 24, 25, 26, 27)$$
$$= x_3 \overline{x_2}$$

0	1	3	2
4	5	7	6
12	13	15	14
8	9	11	10

x_0 x_1

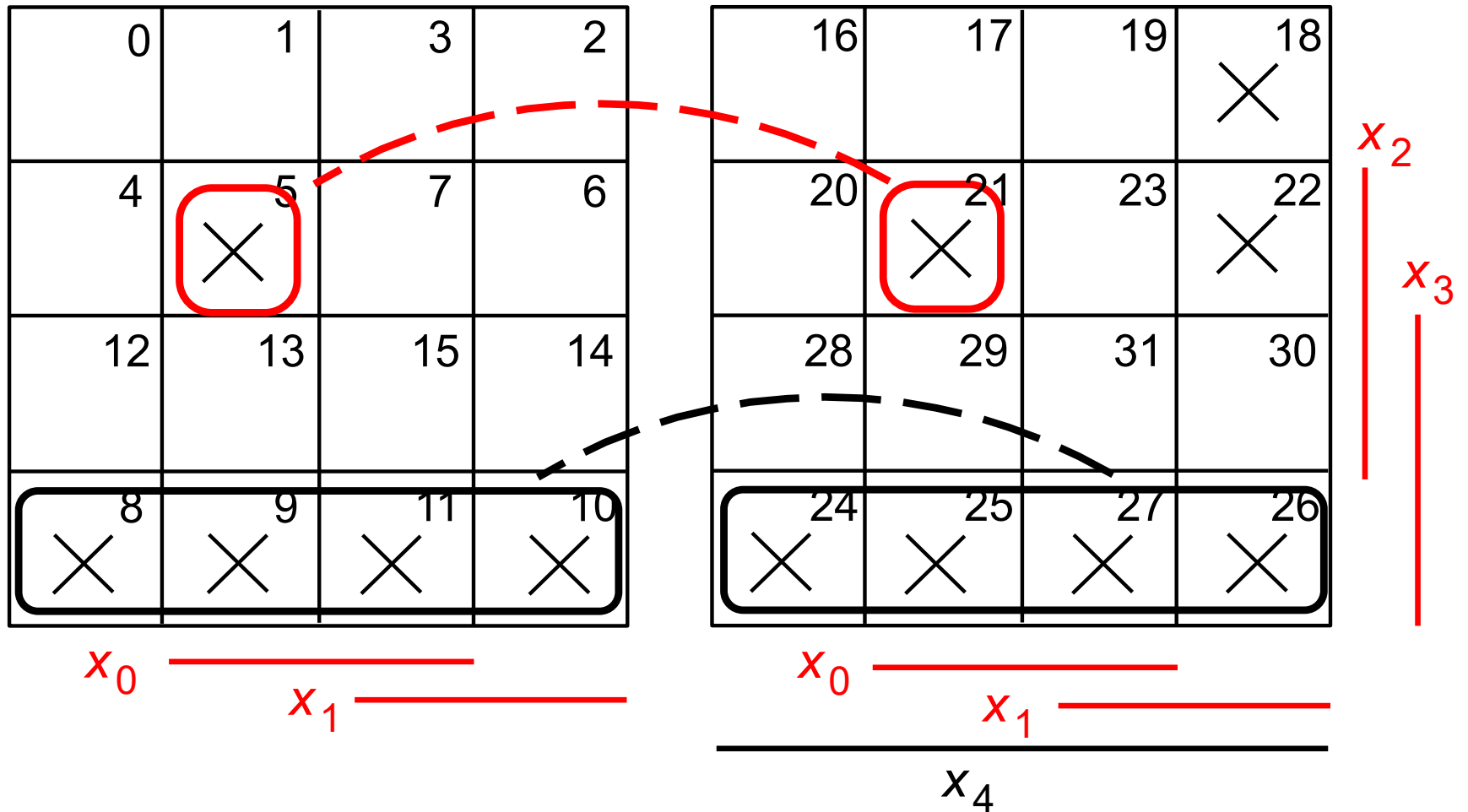
16	17	19	18
20	21	23	22
28	29	31	30
24	25	27	26

x_0 x_1 x_2 x_3 x_4



Simplificación por MK

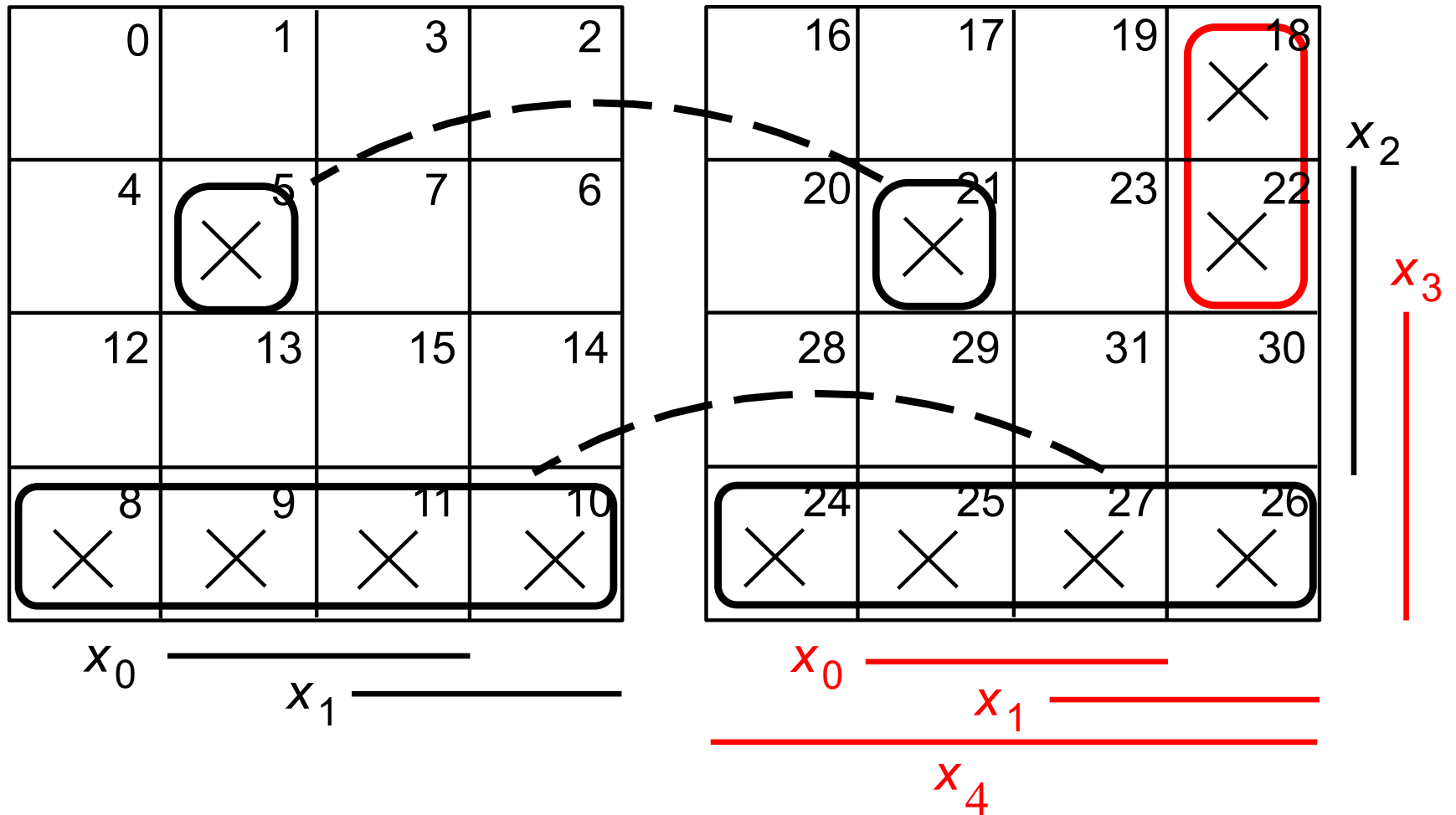
$$f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 8, 9, 10, 11, 18, 21, 22, 24, 25, 26, 27)$$
$$= x_3 \overline{x_2} + \overline{x_3} x_2 \overline{x_1} x_0$$





Simplificación por MK

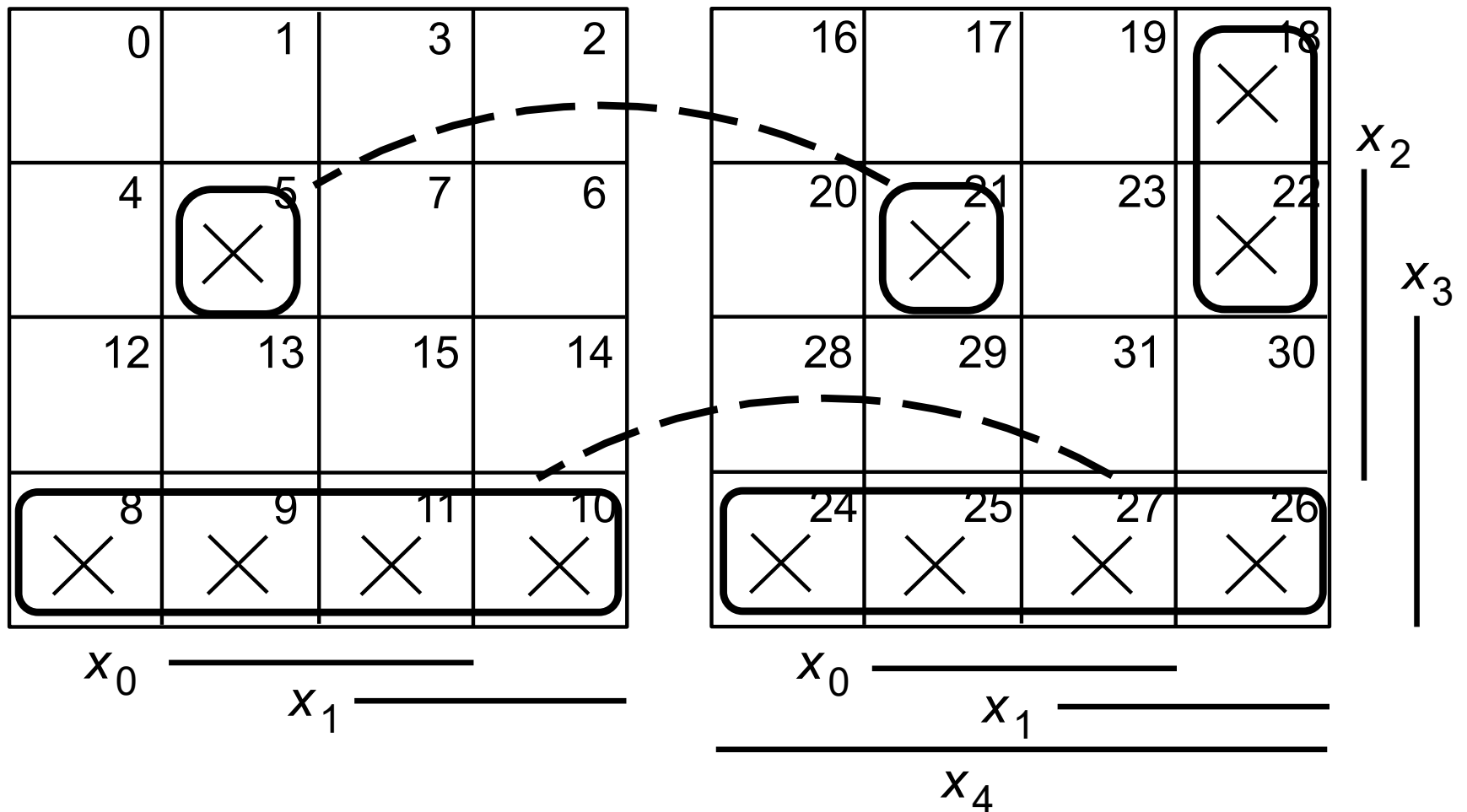
$$f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 8, 9, 10, 11, 18, 21, 22, 24, 25, 26, 27)$$
$$= x_3 \overline{x_2} + \overline{x_3} x_2 \overline{x_1} x_0 + x_4 \overline{x_3} x_1 \overline{x_0}$$





Simplificación por MK

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m (5, 8, 9, 10, 11, 18, 21, 22, 24, 25, 26, 27)$$
$$= x_3 \overline{x_2} + \overline{x_3} x_2 \overline{x_1} x_0 + x_4 \overline{x_3} x_1 \overline{x_0}$$





Otros usos de los MK

- Adicionalmente los mapas de Karnaugh pueden usarse para obtener:
 - La SPC de una EC (en forma de suma de productos).
 - Una EC mínima equivalente a una EC dada.

$$\begin{aligned} & x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0 \\ &= x_2 (\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1 x_0 \\ &= x_2 \overline{x_1} + x_2 \overline{x_0} + x_1 x_0 \end{aligned}$$

	0	1	3	2	
	4	5	7	6	x_2

x_0 x_1



Otros usos de los MK

- Adicionalmente los mapas de Karnaugh pueden usarse para obtener:
 - La SPC de una EC (en forma de suma de productos).
 - Una EC mínima equivalente a una EC dada.

$$\begin{aligned} & x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0 \\ &= x_2 (\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1 x_0 \\ &= x_2 \overline{x_1} + x_2 \overline{x_0} + x_1 x_0 \end{aligned}$$

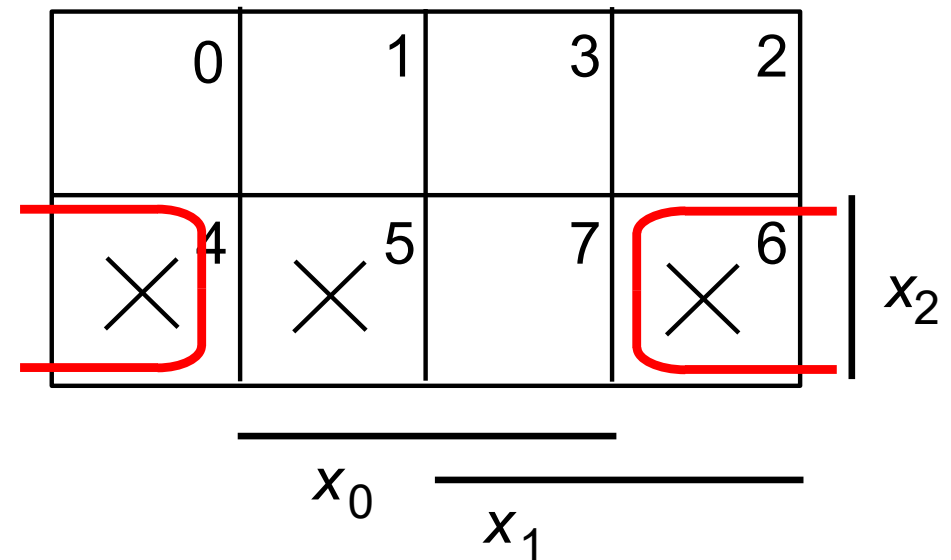
	0	1	3	2	
	4	5	7	6	x_2
	x_0		x_1		



Otros usos de los MK

- Adicionalmente los mapas de Karnaugh pueden usarse para obtener:
 - La SPC de una EC (en forma de suma de productos).
 - Una EC mínima equivalente a una EC dada.

$$\begin{aligned} & x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0 \\ &= x_2 (\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1 x_0 \\ &= x_2 \overline{x_1} + x_2 \overline{x_0} + x_1 x_0 \end{aligned}$$

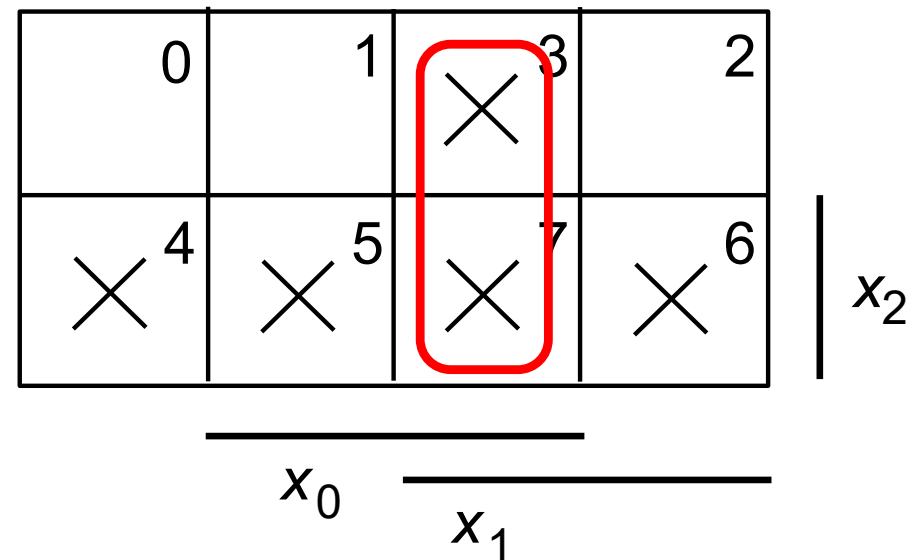




Otros usos de los MK

- Adicionalmente los mapas de Karnaugh pueden usarse para obtener:
 - La SPC de una EC (en forma de suma de productos).
 - Una EC mínima equivalente a una EC dada.

$$\begin{aligned} & x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0 \\ &= x_2 (\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1 x_0 \\ &= x_2 \overline{x_1} + x_2 \overline{x_0} + x_1 x_0 \end{aligned}$$





Otros usos de los MK

- Adicionalmente los mapas de Karnaugh pueden usarse para obtener:
 - La SPC de una EC (en forma de suma de productos).
 - Una EC mínima equivalente a una EC dada.

$$\begin{aligned} & x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0 \\ &= x_2 (\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1 x_0 \\ &= x_2 \overline{x_1} + x_2 \overline{x_0} + x_1 x_0 \\ &= \sum m(3, 4, 5, 6, 7) \end{aligned}$$

	0	1	× ³	2
	× ⁴	× ⁵	× ⁷	× ⁶

| x₂

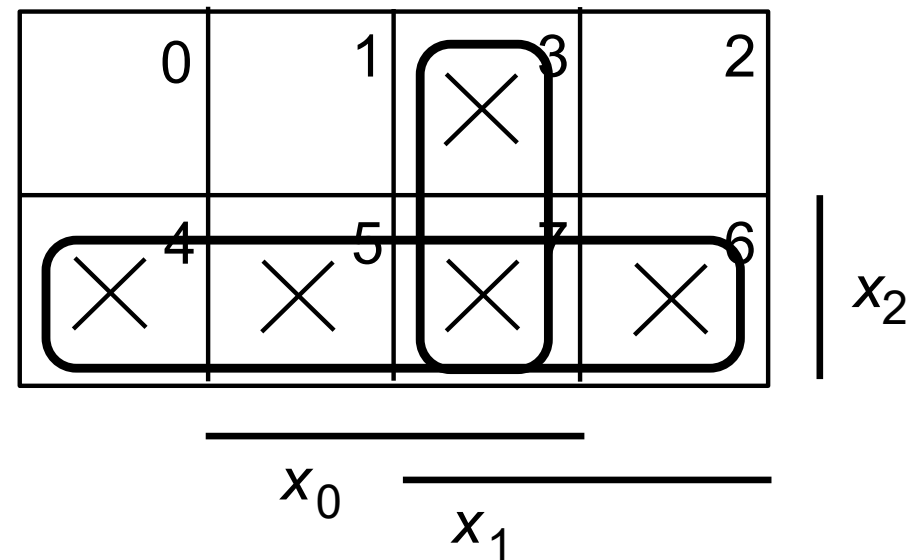
x₀ x₁



Otros usos de los MK

- Adicionalmente los mapas de Karnaugh pueden usarse para obtener:
 - La SPC de una EC (en forma de suma de productos).
 - Una EC mínima equivalente a una EC dada.

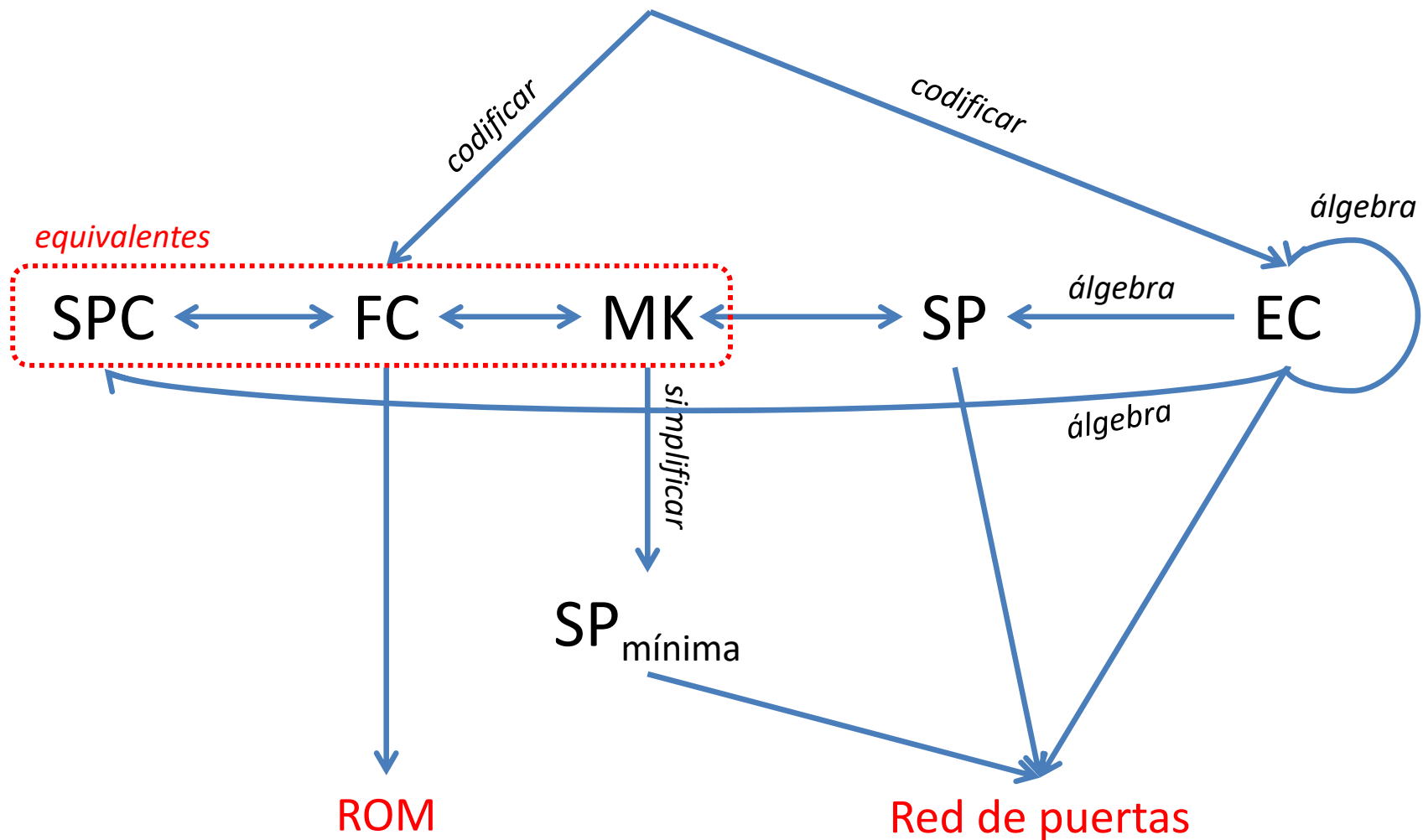
$$\begin{aligned} & x_2 \overline{(x_1 x_0)} + x_1 x_0 \\ &= x_2 (\overline{x_1} + \overline{x_0}) + x_1 x_0 \\ &= x_2 \overline{x_1} + x_2 \overline{x_0} + x_1 x_0 \\ &= \sum m(3, 4, 5, 6, 7) \\ &= x_2 + x_1 x_0 \end{aligned}$$





Rescapitulación

Especificación de alto nivel



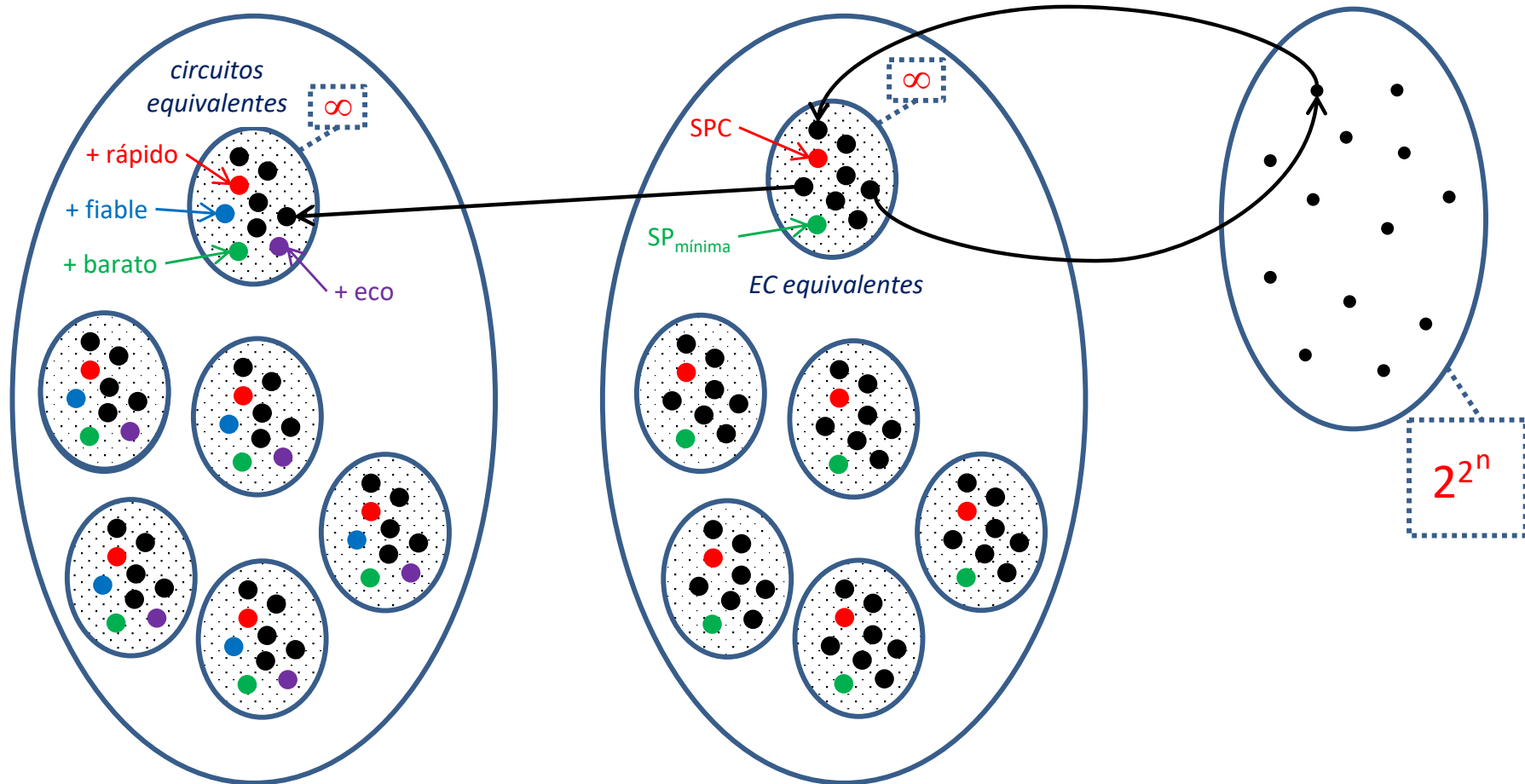


Panorama en abstracto

Circuitos de n entradas

EC de n variables

FC de n variables



Acerca de *Creative Commons*



■ Licencia CC (**Creative Commons**)

- Ofrece algunos derechos a terceras personas bajo ciertas condiciones. Este documento tiene establecidas las siguientes:



Reconocimiento (*Attribution*):

En cualquier explotación de la obra autorizada por la licencia hará falta reconocer la autoría.



No comercial (*Non commercial*):

La explotación de la obra queda limitada a usos no comerciales.



Compartir igual (*Share alike*):

La explotación autorizada incluye la creación de obras derivadas siempre que mantengan la misma licencia al ser divulgadas.

Más información: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>