



Tema 4:

# Módulos combinatoriales básicos

Fundamentos de computadores I

**José Manuel Mendías Cuadros**

*Dpto. Arquitectura de Computadores y Automática*

*Universidad Complutense de Madrid*





# Contenidos

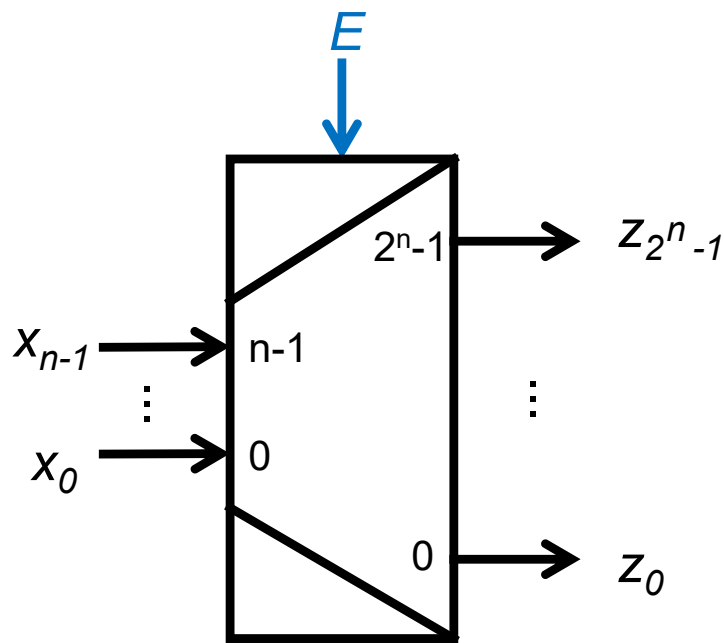
- ✓ Decodificador.
- ✓ Multiplexor.
- ✓ Bus.
- ✓ Codificador.
- ✓ ROM (Read Ony Memory).
- ✓ Comparador.
- ✓ Sumador/Restador.
- ✓ Extensor de signo.
- ✓ ALU (Arithmetic Logic Unit).
- ✓ Apéndice tecnológico.

Transparencias basadas en los libros:

- R. Hermida, F. Sánchez y E. del Corral. *Fundamentos de computadores.*
- D. Gajsky. *Principios de diseño digital.*



# Decodificador



Decodificador n a  $2^n$

$\underline{x}$  n entradas de datos

$\underline{z}$   $2^n$  salidas de datos

E 1 entrada de capacitación (op)

si la entrada toma la configuración binaria p, la salida  $(p)_{10}$ -ésima se activa

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{si } E=1 \text{ y } (\underline{x})_{10} = i \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

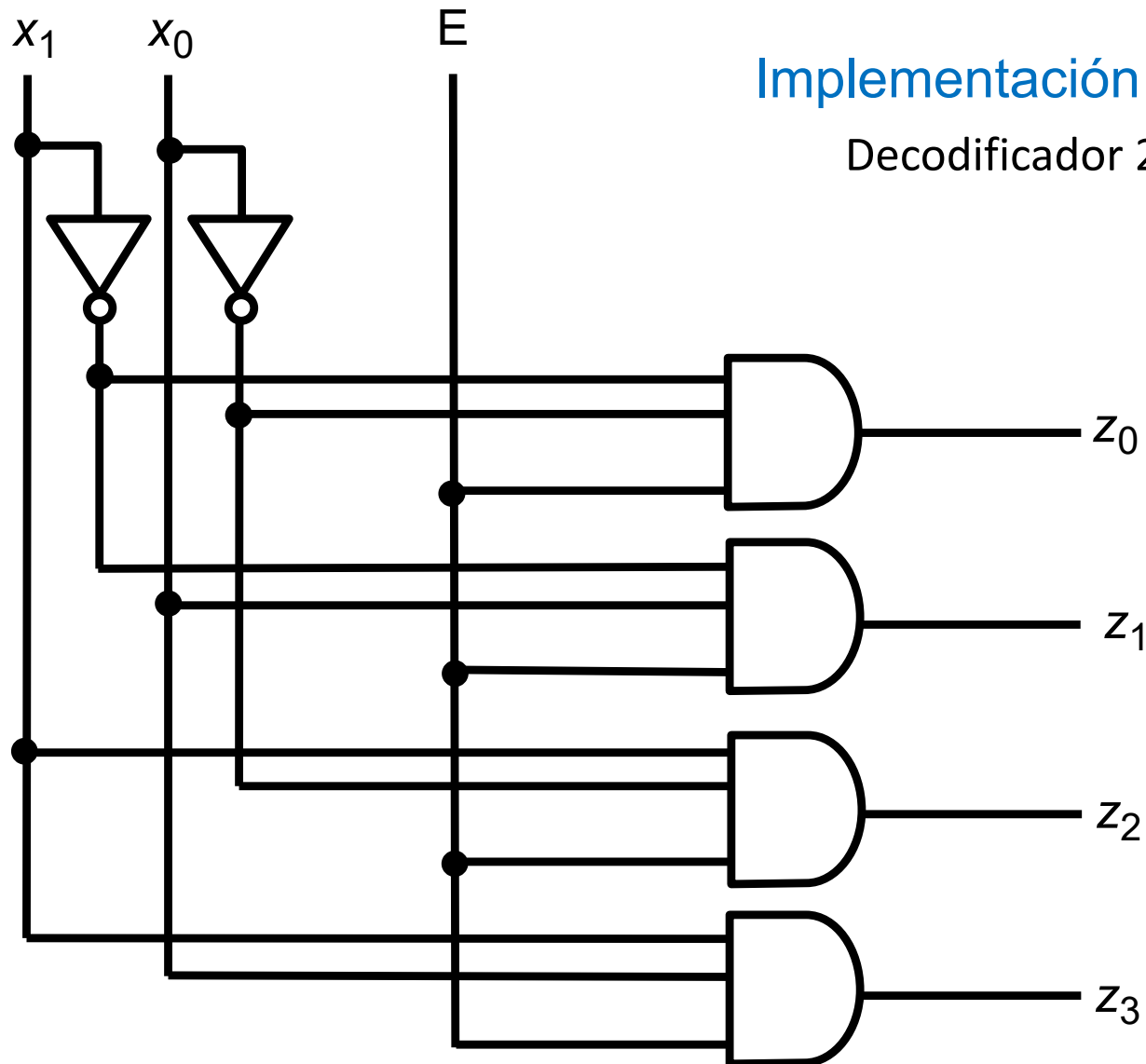
$$z_i = E \cdot m_i(\underline{x})$$



# Decodificador

Implementación directa

Decodificador 2 a 4





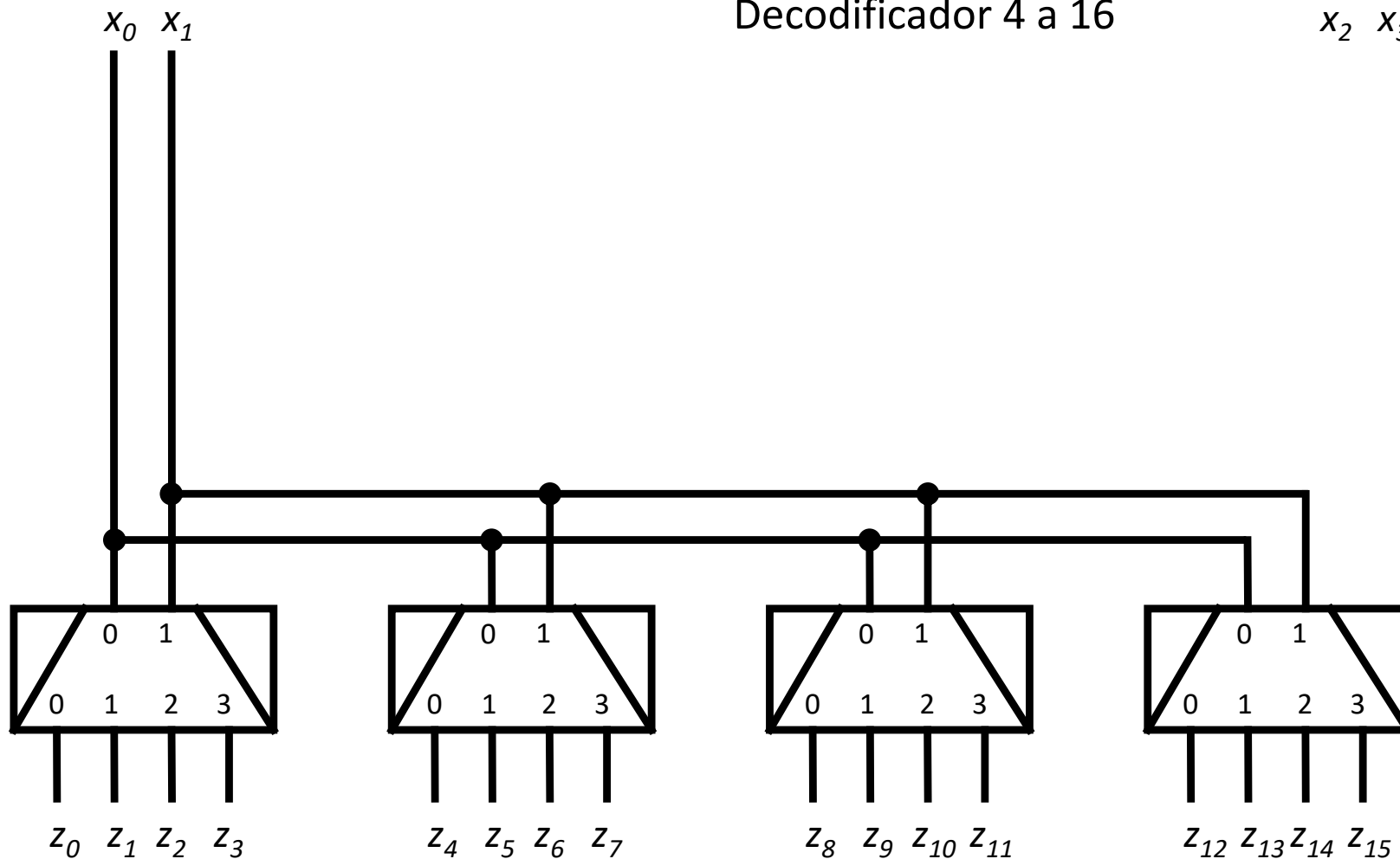
# Decodificador

## Implementación en árbol

Decodificador 4 a 16

$x_2$   $x_3$

$E$

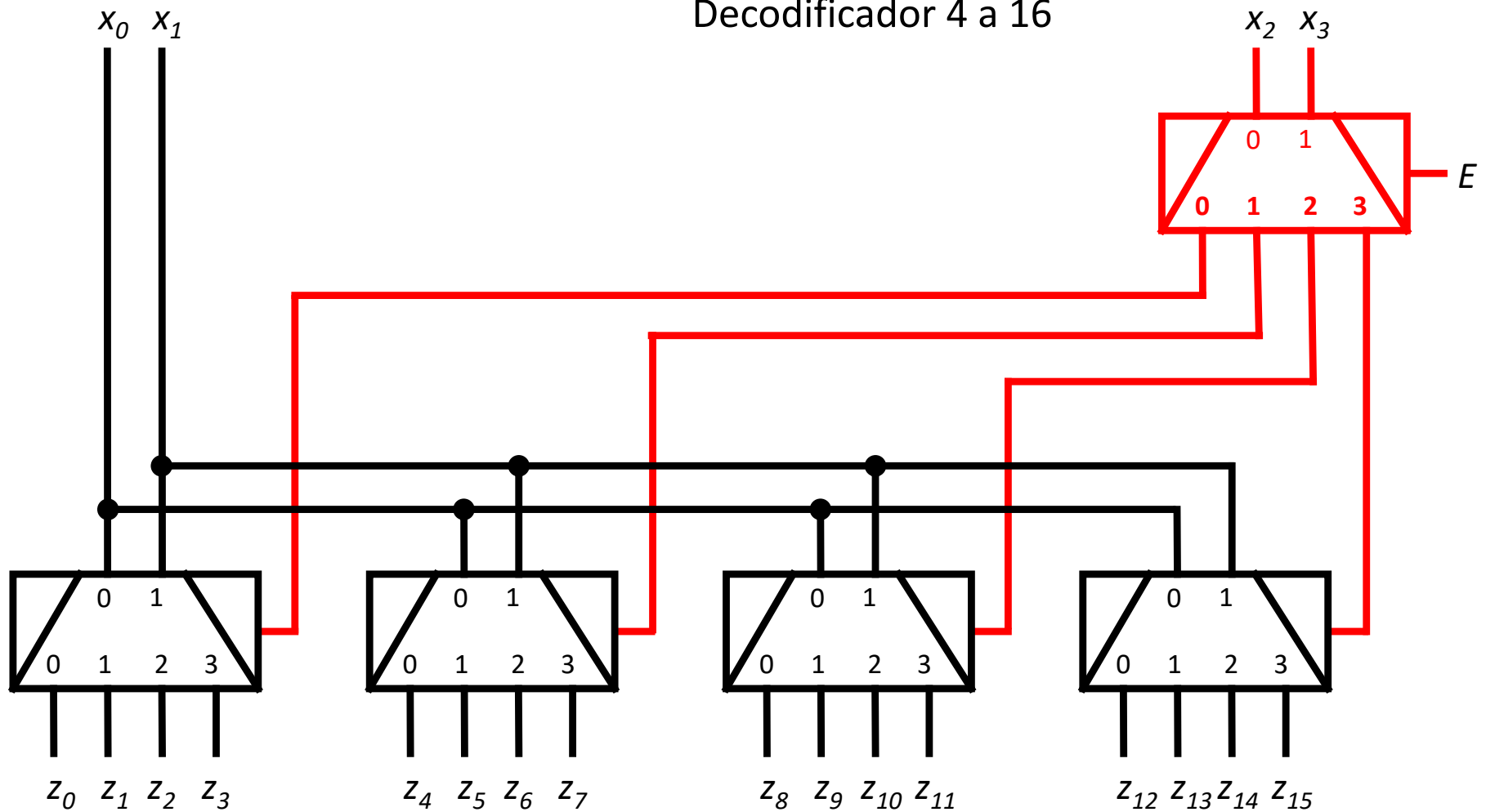




# Decodificador

## Implementación en árbol

Decodificador 4 a 16

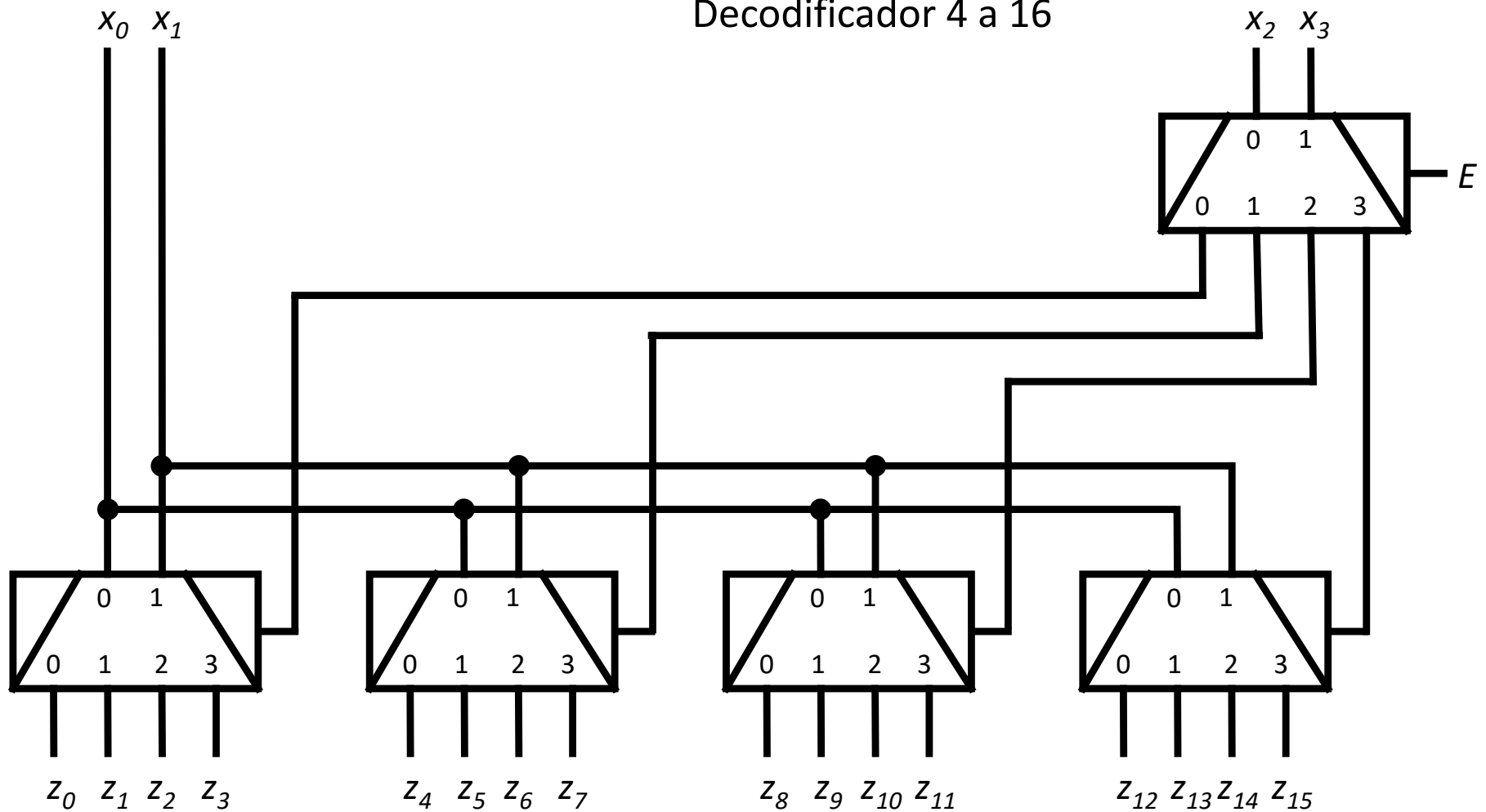




# Decodificador

## Implementación en árbol

Decodificador 4 a 16

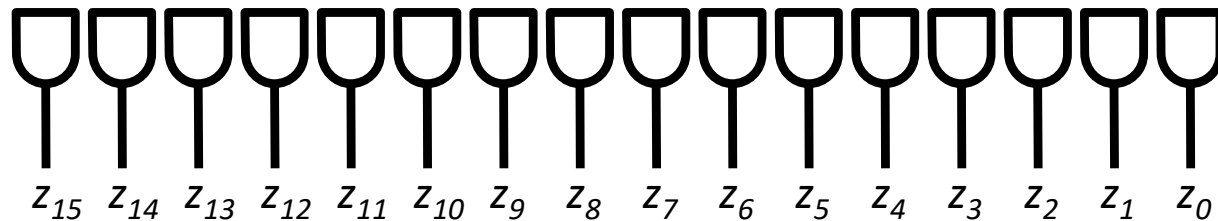
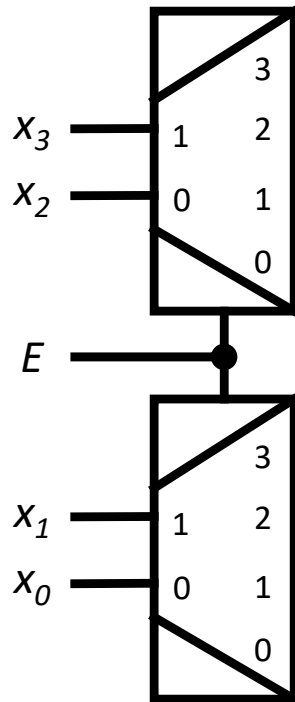




# Decodificador

## Implementación con predecodificación

### Decodificador 4 a 16



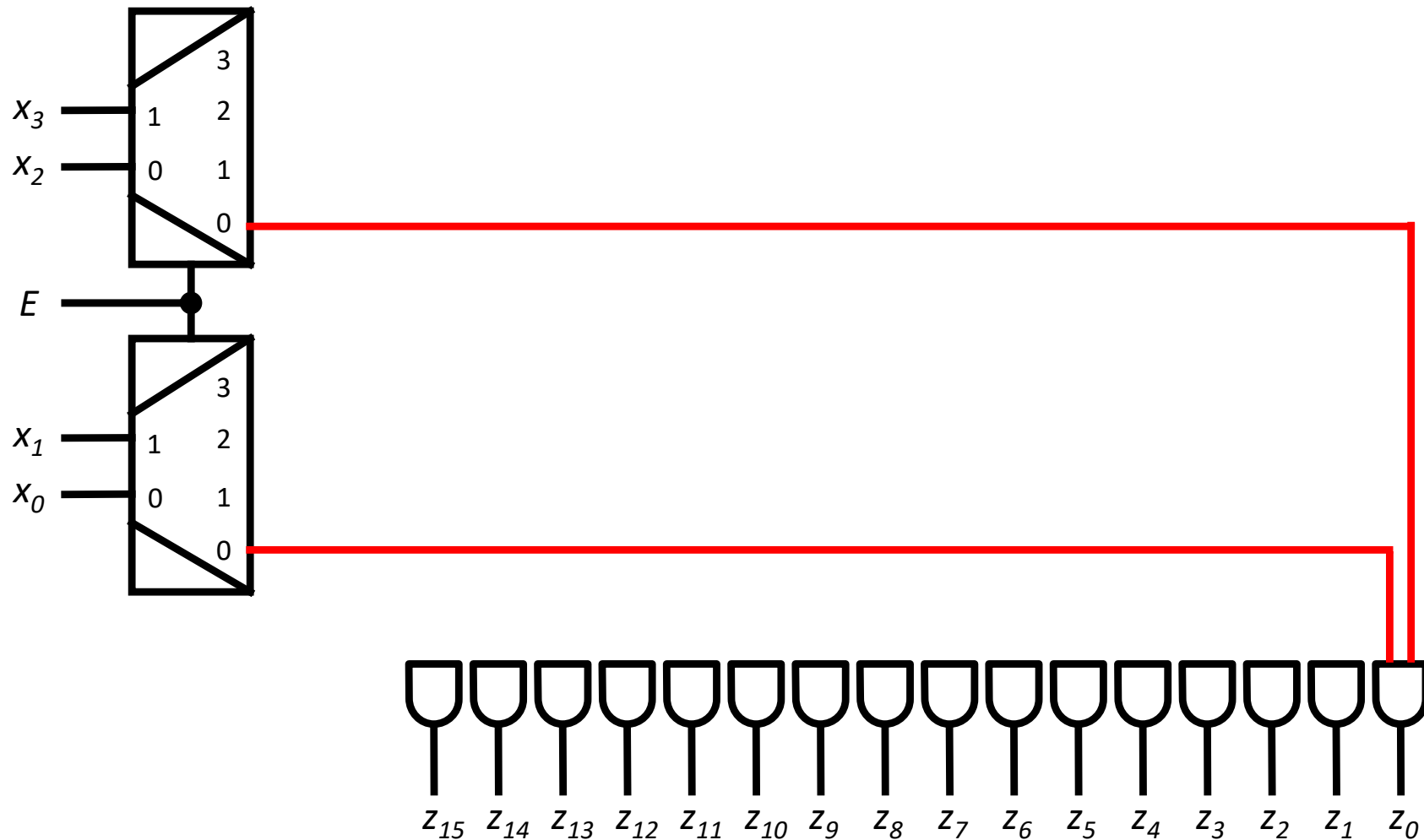




# Decodificador

## Implementación con predecodificación

### Decodificador 4 a 16

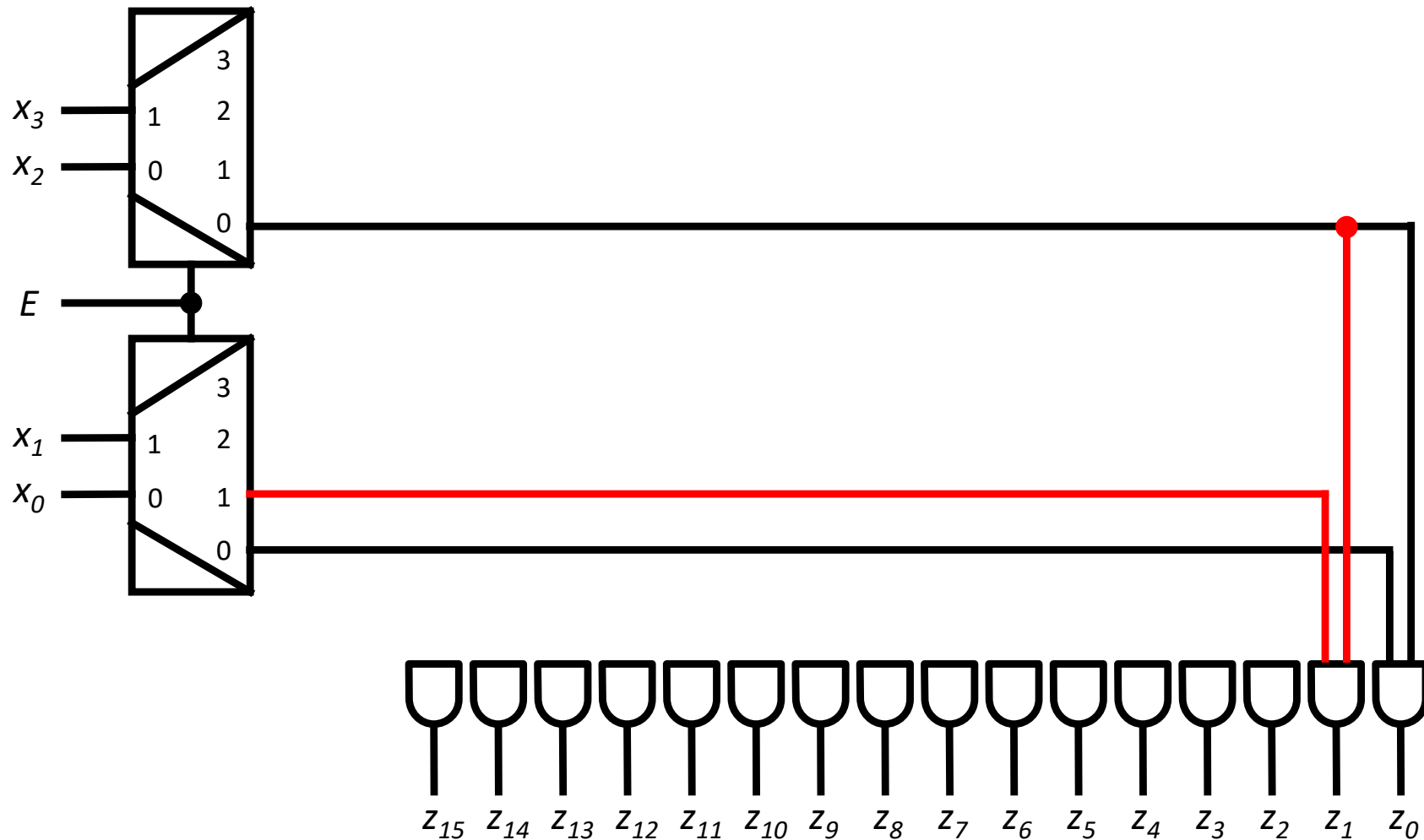




# Decodificador

## Implementación con predecodificación

### Decodificador 4 a 16

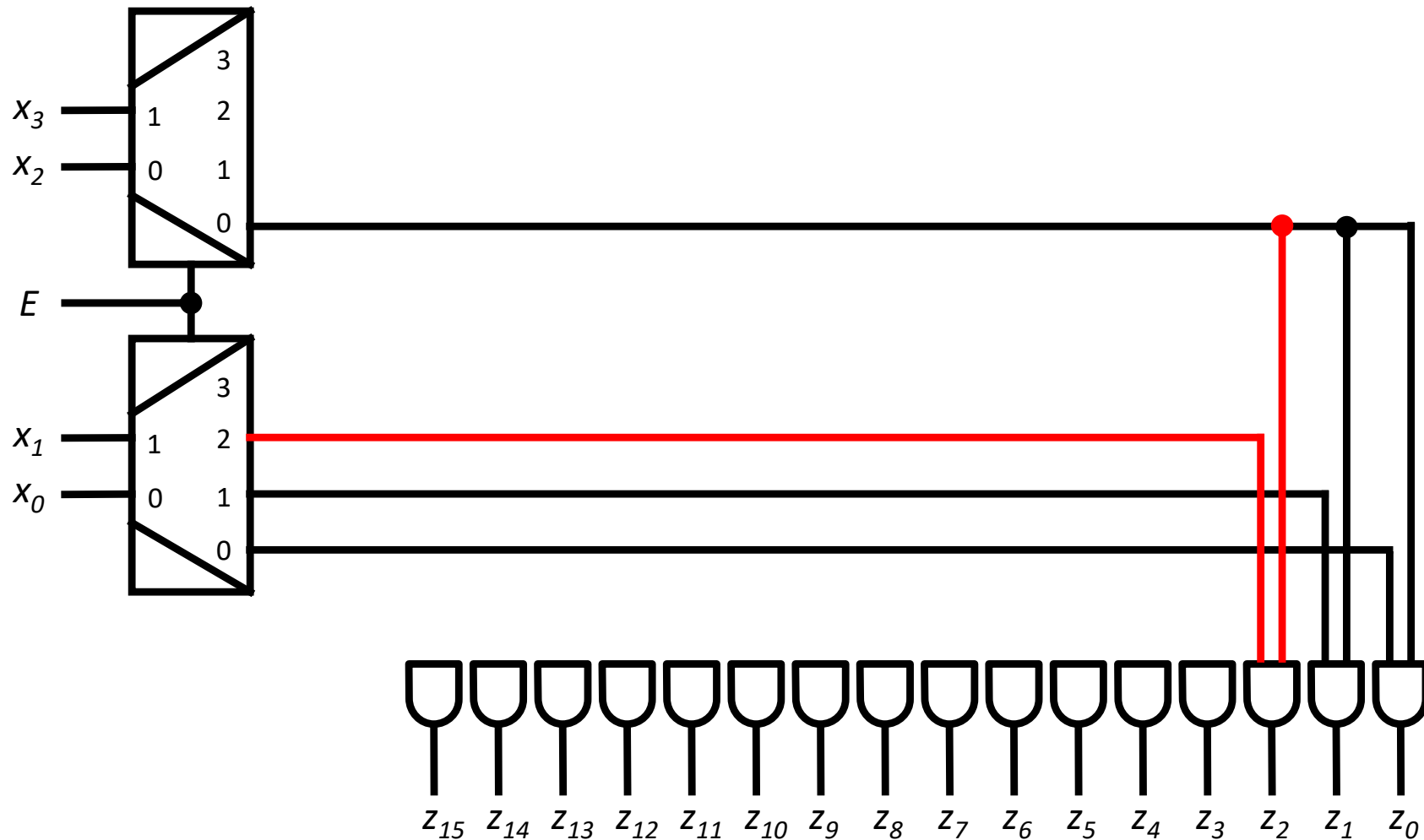




# Decodificador

## Implementación con predecodificación

### Decodificador 4 a 16

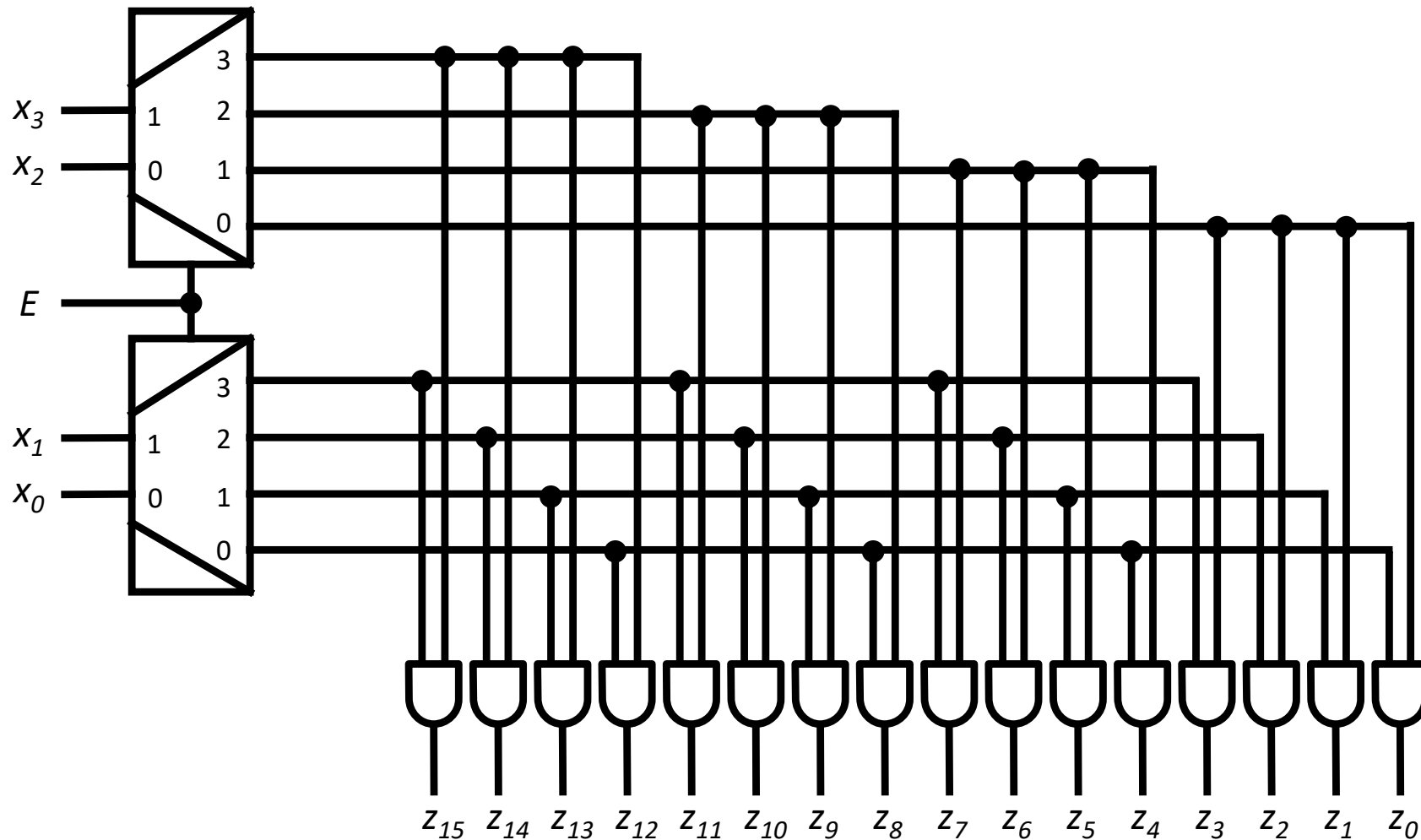




# Decodificador

## Implementación con predecodificación

Decodificador 4 a 16

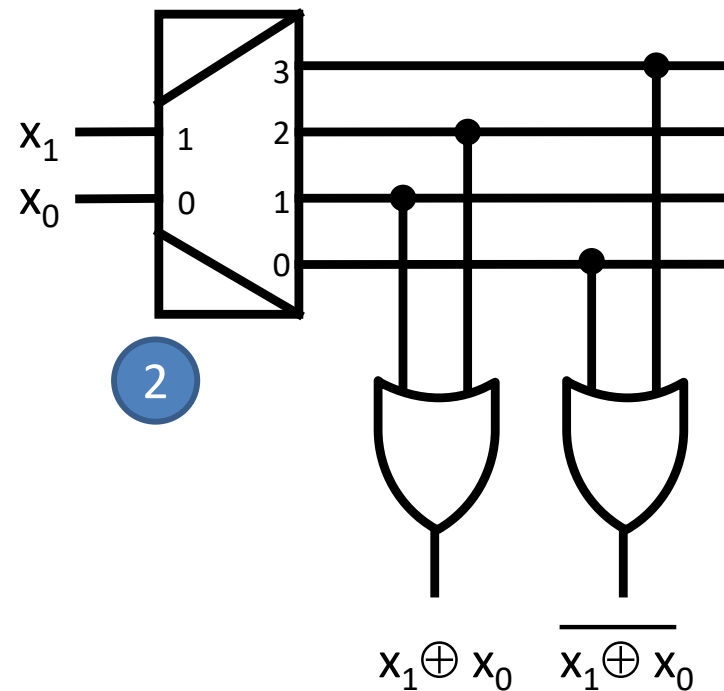




# Decodificador

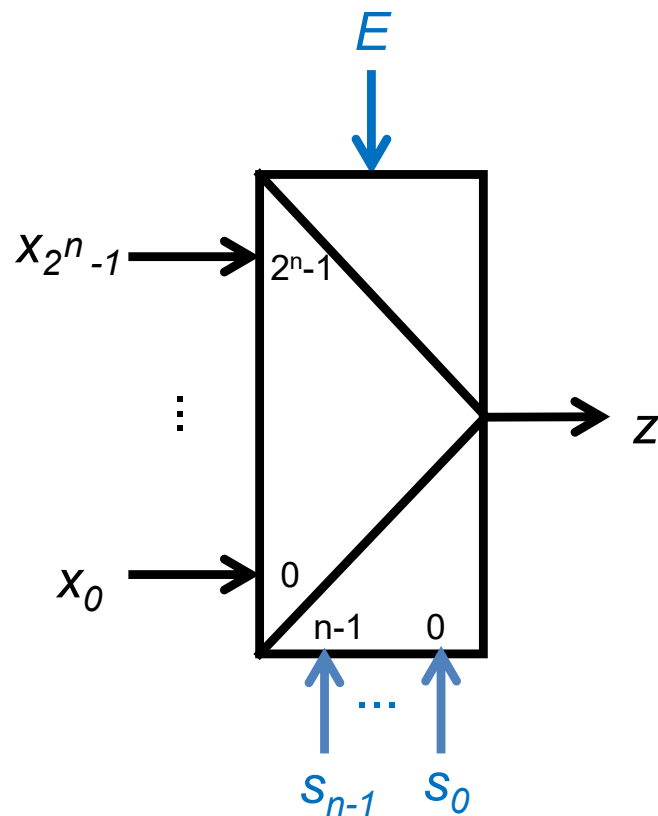
## ■ Aplicaciones al diseño:

1. Habilitar selectivamente 1 de n subcomponentes cada uno asociado a un índice (dirección) binaria.
2. Implementar directamente SPC usando puertas OR adicionales (que sumen cada unos de los mintérminos de la FC).





# Multiplexor



Multiplexor  $2^n$  a 1

- $x$   $2^n$  entradas de datos
- $s$   $n$  entradas de control
- $E$  1 entrada de capacitación (op)
- $z$  1 salida de datos

*si la entrada de control toma la configuración binaria  $p$ , la salida equivale a la entrada  $(p)_{10}$ -ésima*

$$z = \begin{cases} x_i & \text{si } E=1 \text{ y } (s)_{10} = i \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

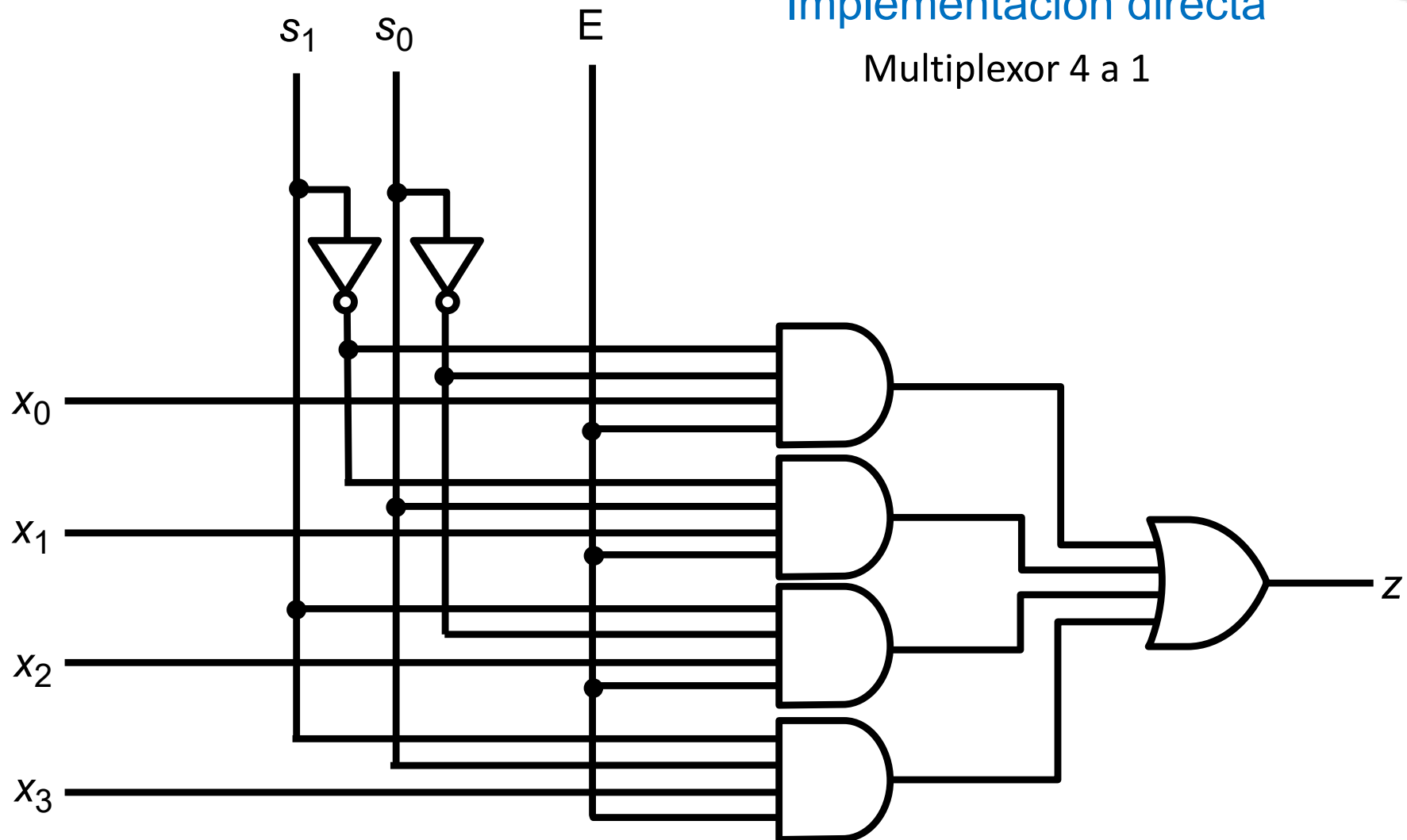
$$z = E \cdot \sum (x_i \cdot m_i(s))$$



# Multiplexor

Implementación directa

Multiplexor 4 a 1

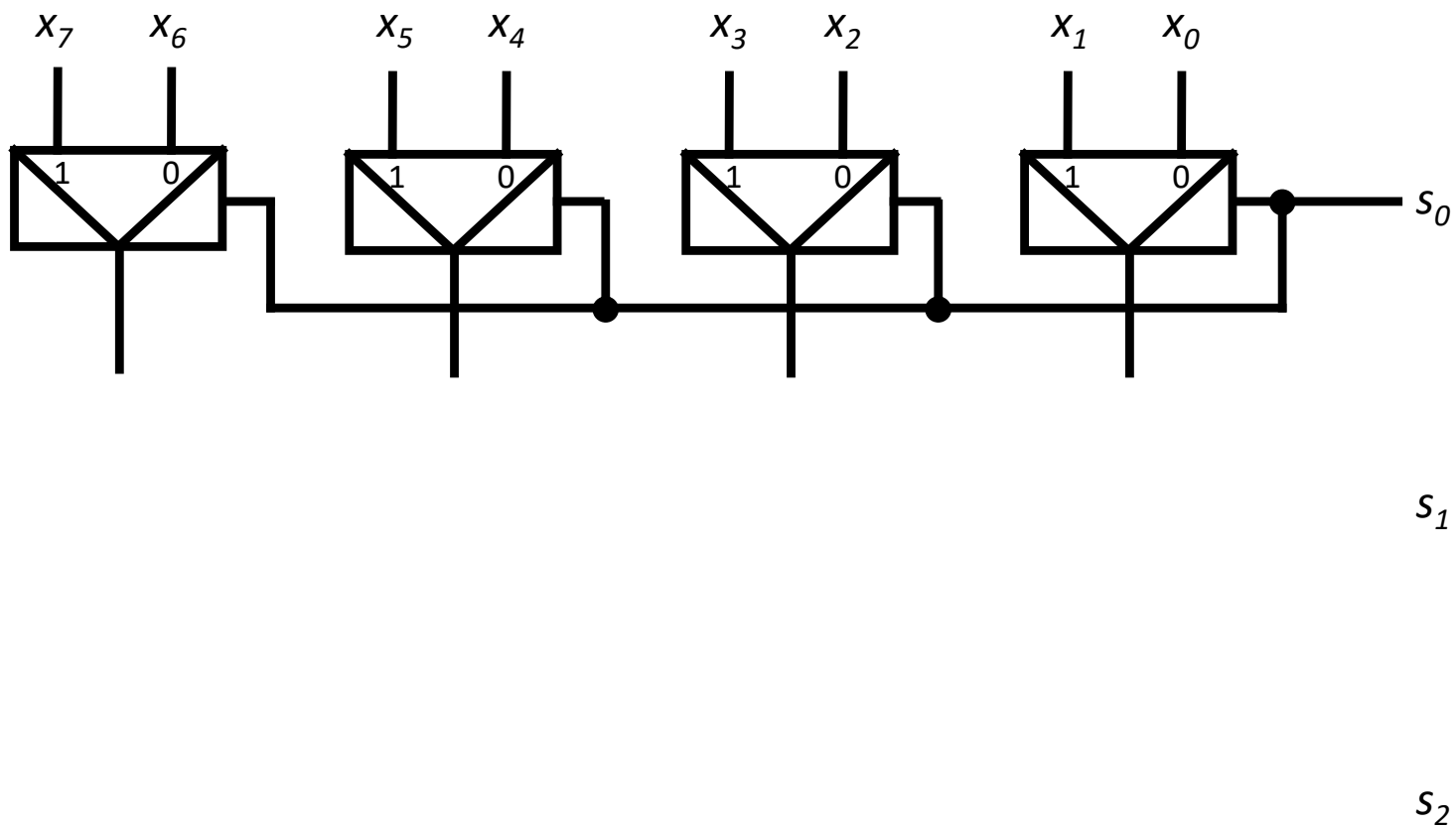




# Multiplexor

## Implementación en árbol

### Multiplexor 8 a 1



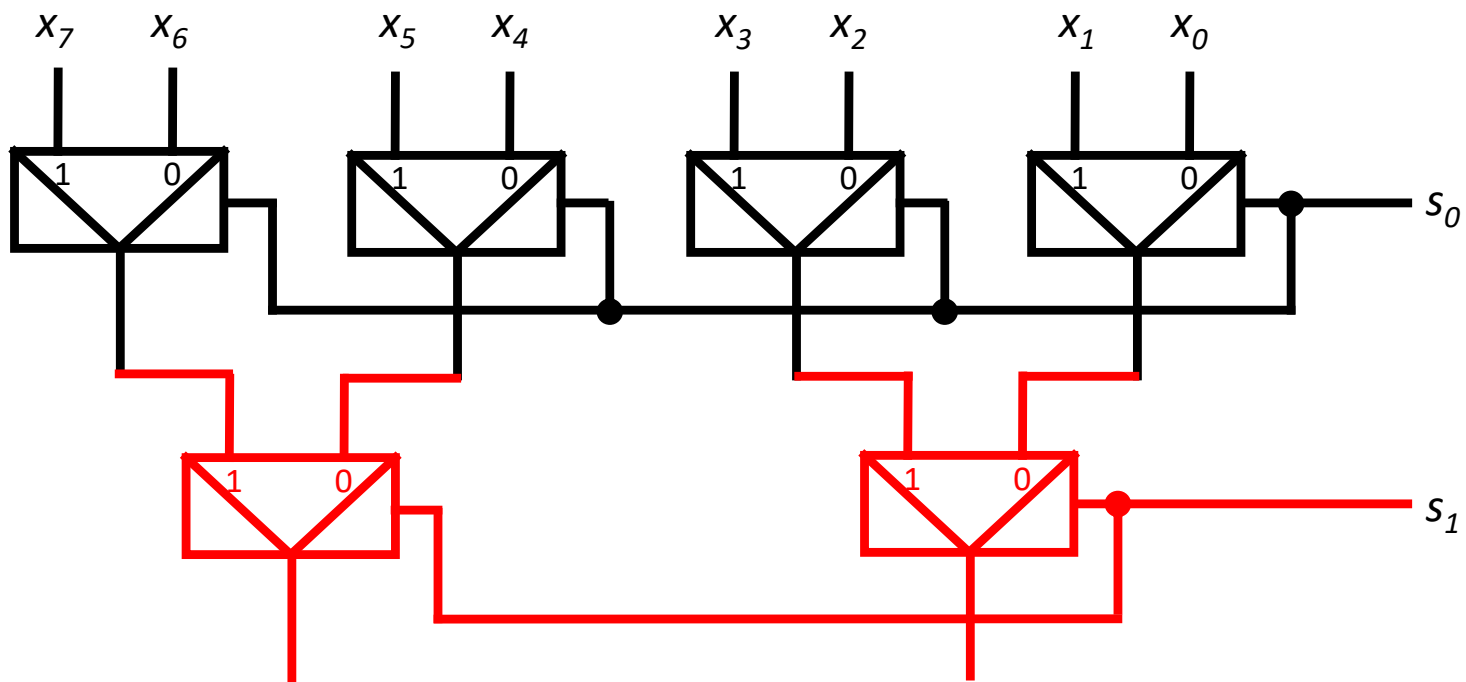




# Multiplexor

Implementación en árbol

Multiplexor 8 a 1

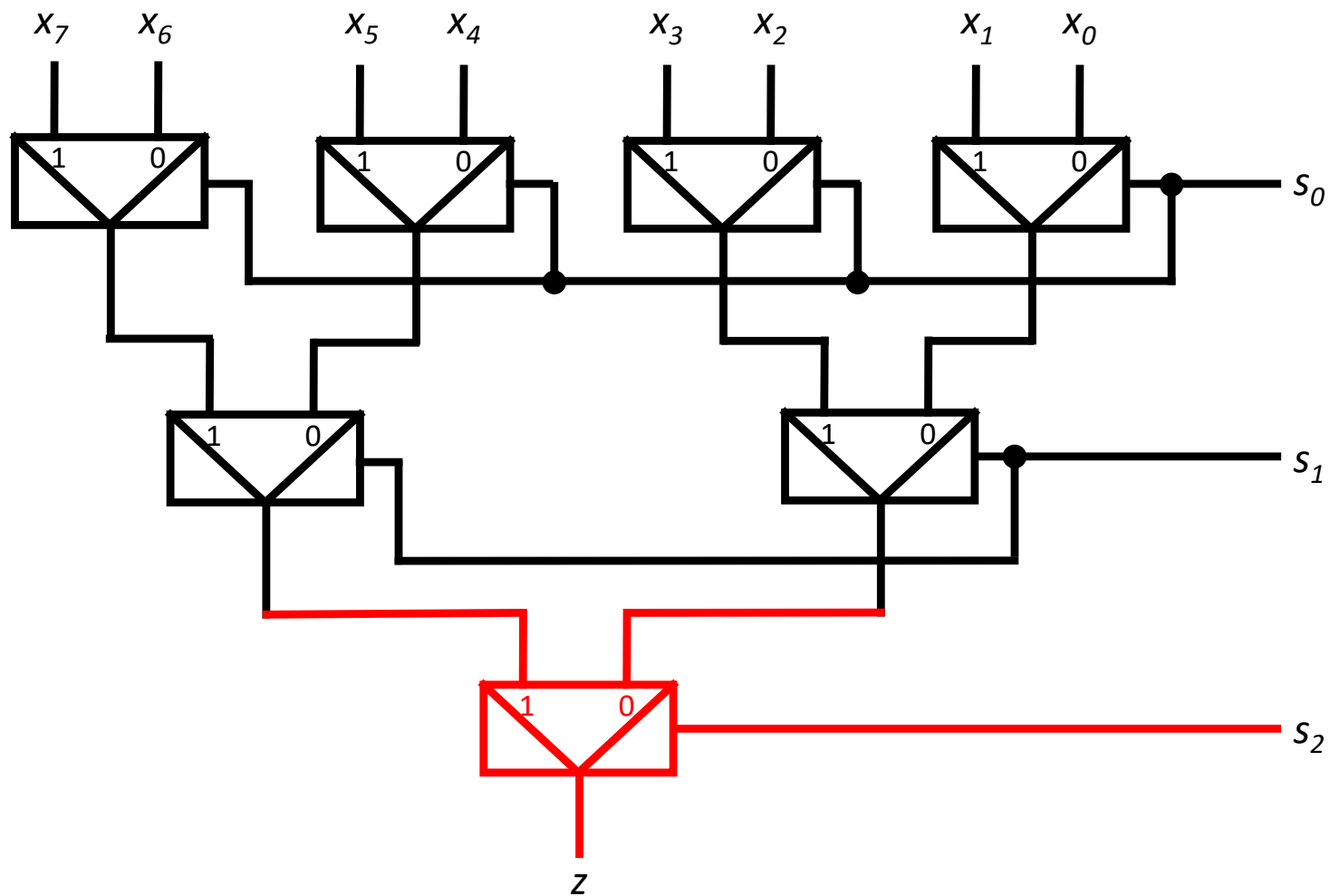




# Multiplexor

## Implementación en árbol

### Multiplexor 8 a 1

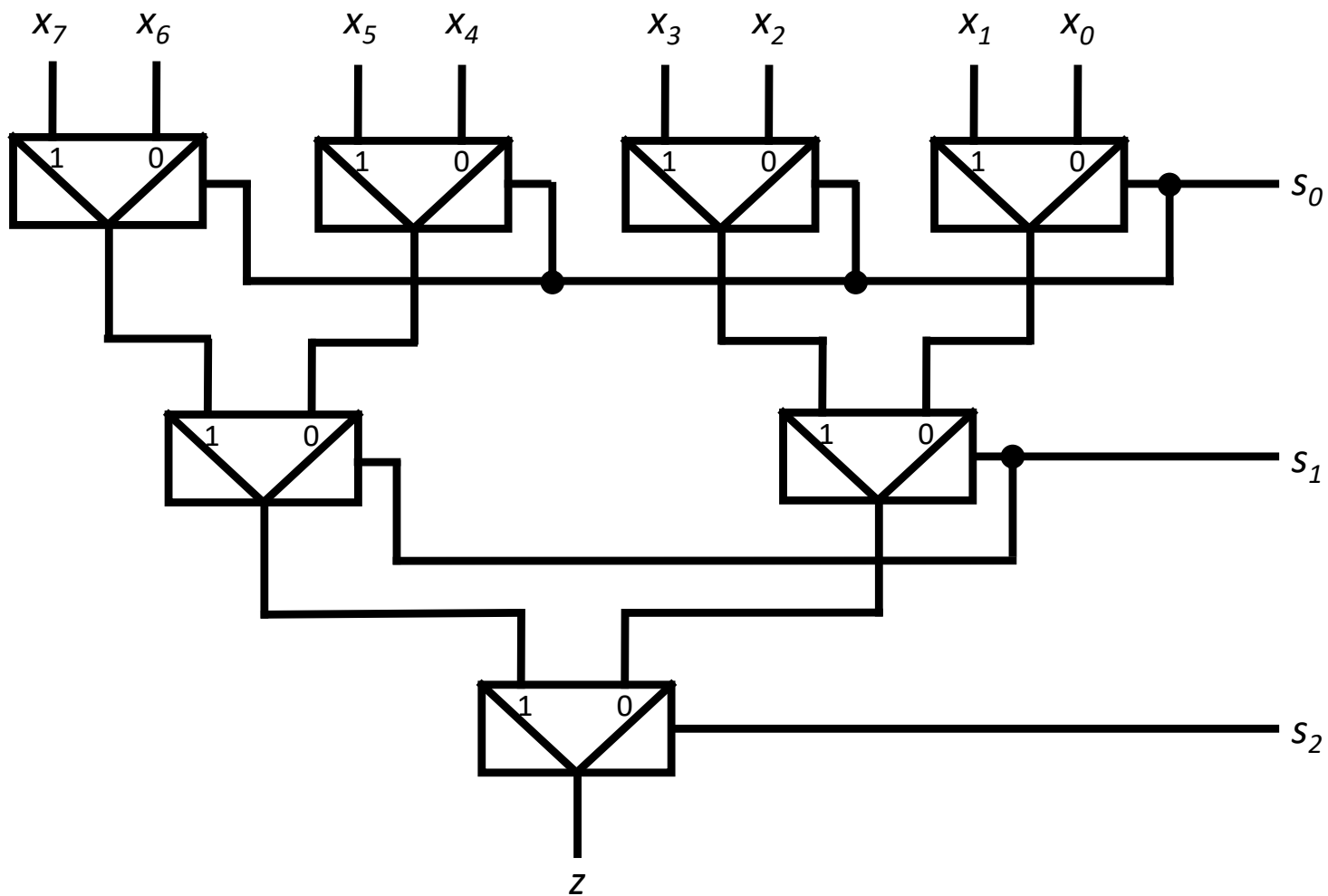




# Multiplexor

## Implementación en árbol

### Multiplexor 8 a 1

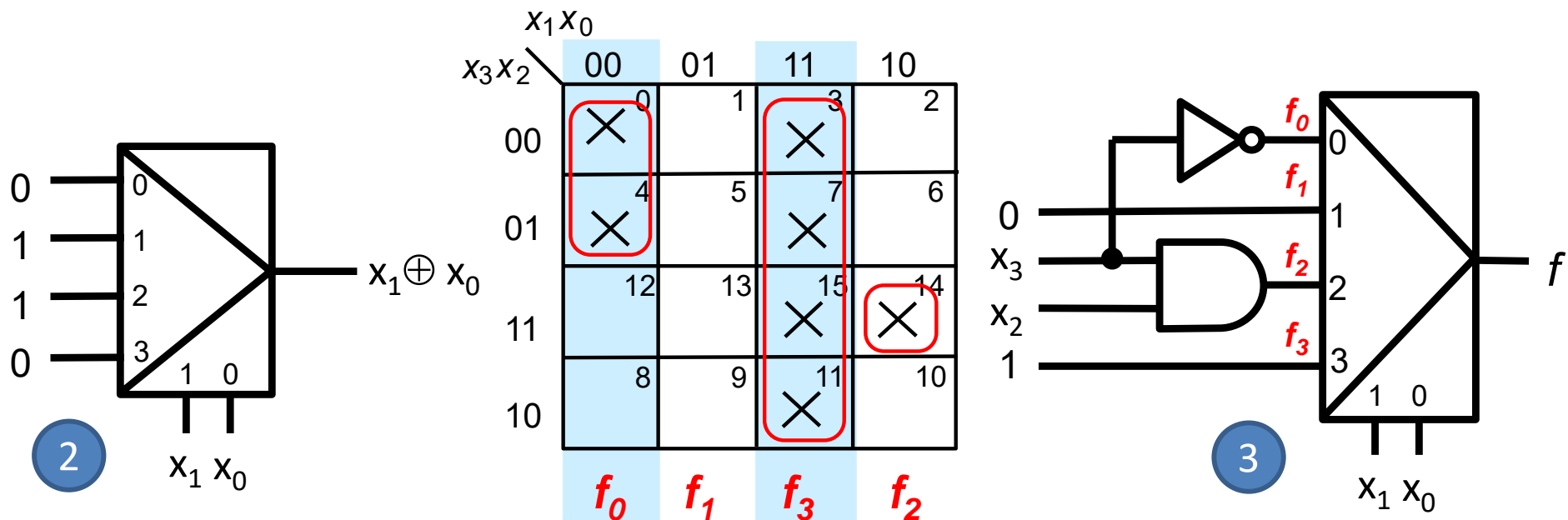




# Multiplexor

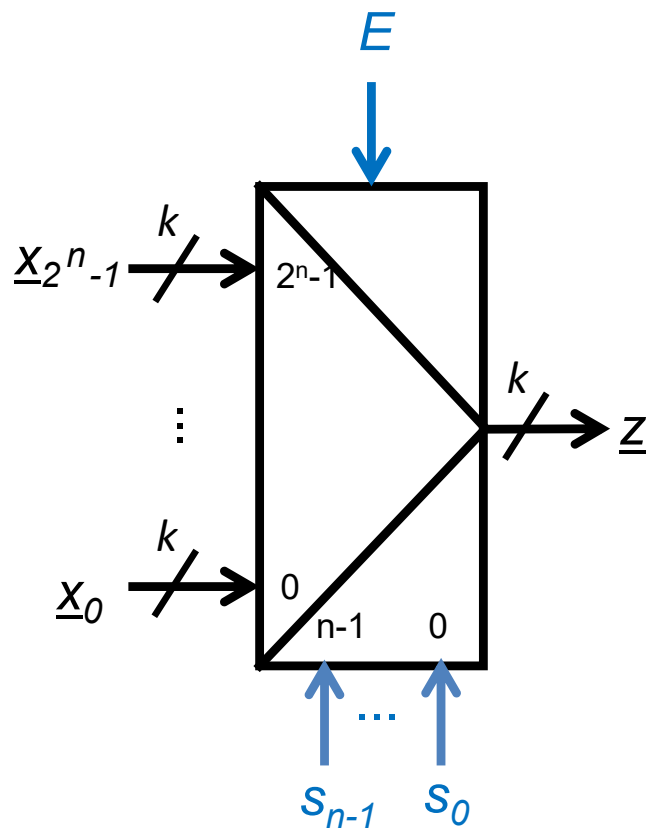
## ■ Aplicaciones al diseño:

1. Conectar selectivamente varias entradas una misma salida.
2. Implementar directamente FC que tengan el mismo número de variables que entradas de control (transcribiendo su tabla de verdad).
3. Implementar funciones de manera que las EC a simplificar tengan menos variables.





# Multiplexor vectorial



Multiplexor  $2^n$  a 1 de k bits

- $\underline{x}$   $2^n$  entradas de datos de k bits
- $\underline{s}$  n entradas de control
- E 1 entrada de capacitación (op)
- z 1 salida de datos de k bits

si la entrada de control toma la configuración binaria p, la salida equivale a la entrada  $(p)_{10}$ -ésima

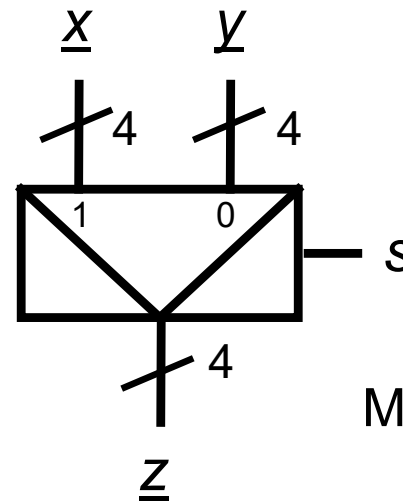
$$\underline{z} = \begin{cases} \underline{x}_i & \text{si } E=1 \text{ y } (\underline{s})_{10} = i \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$z_j = E \cdot \sum (x_{ij} \cdot m_i(\underline{s}))$$

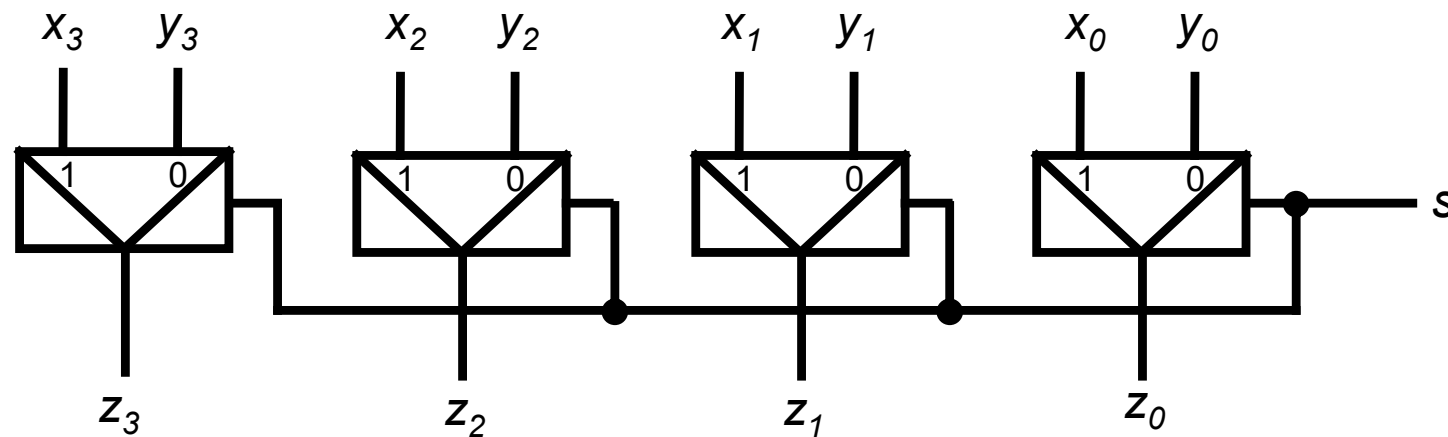


# Multiplexor vectorial

versión 14/07/23

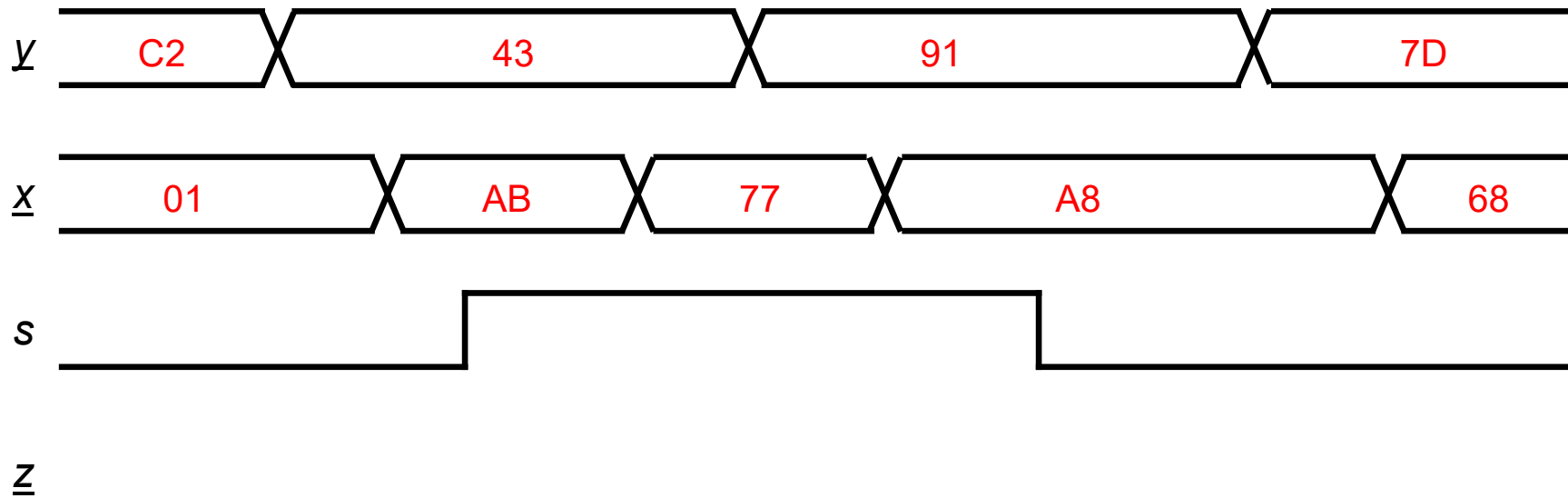
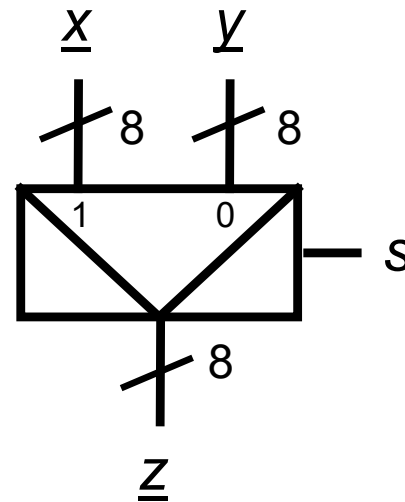


Multiplexor 2 a 1 de 4 bits



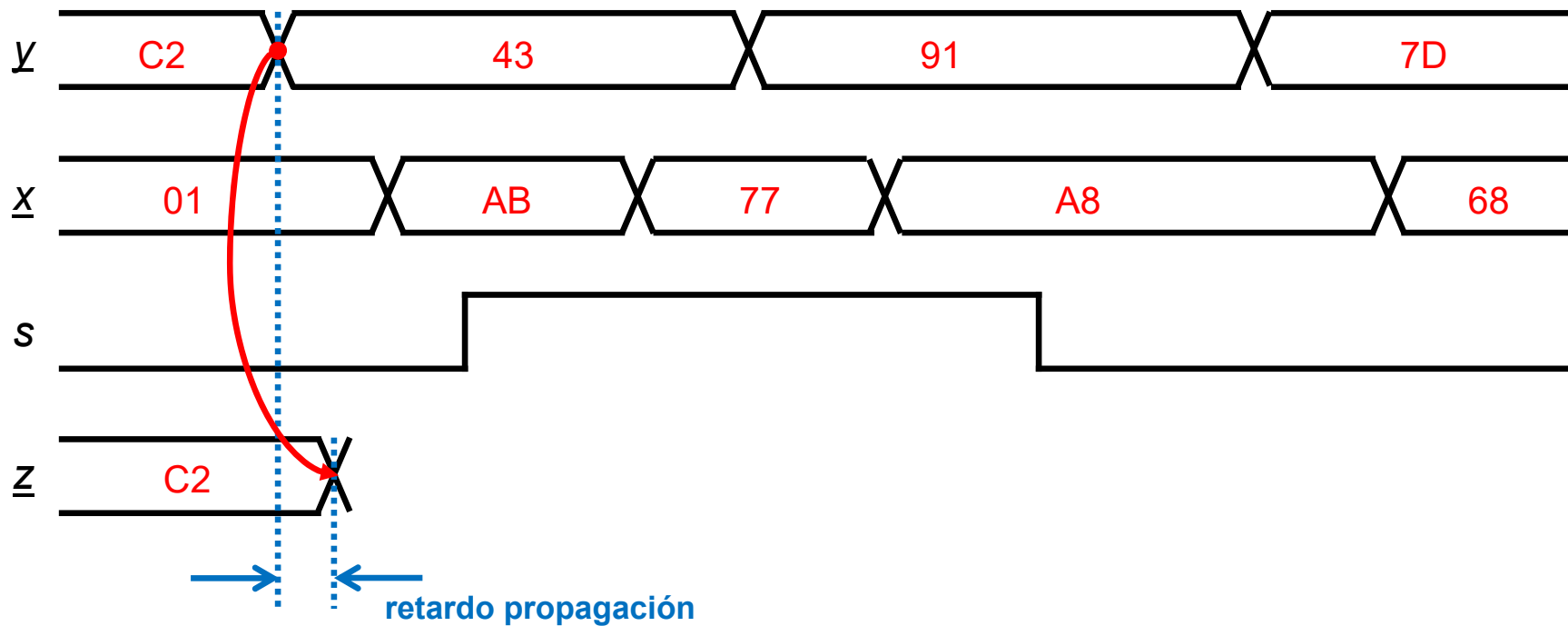
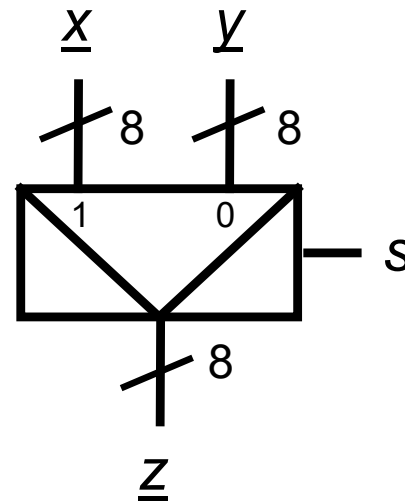


# Multiplexor vectorial





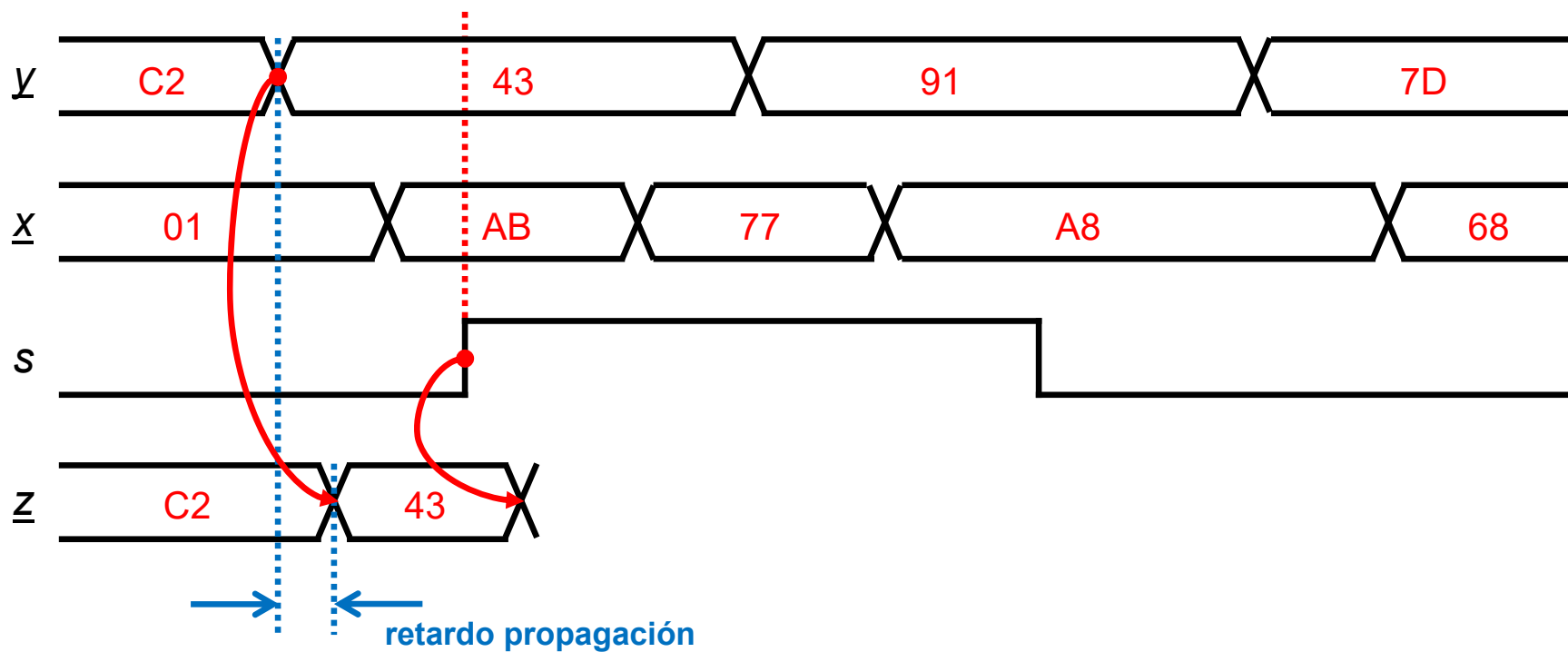
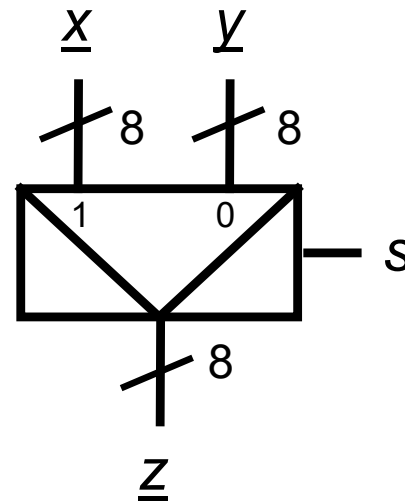
# Multiplexor vectorial





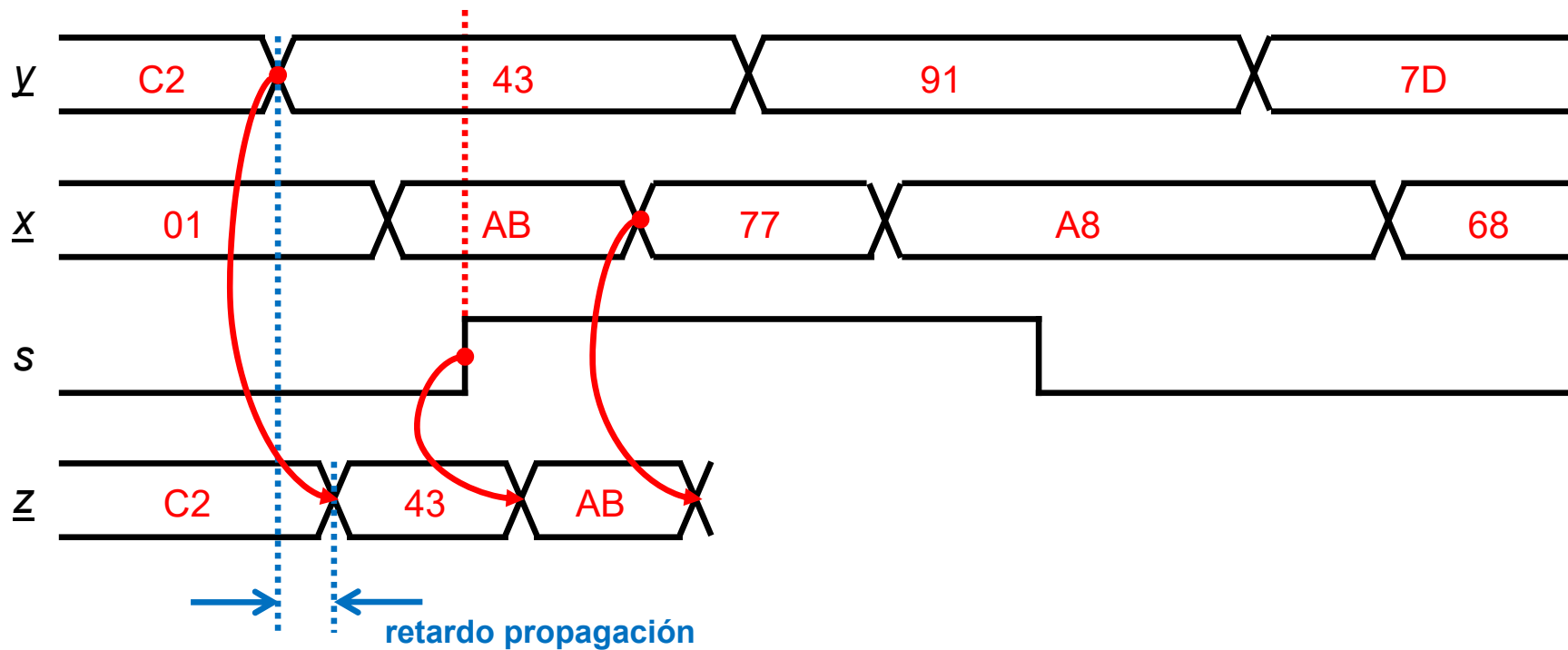
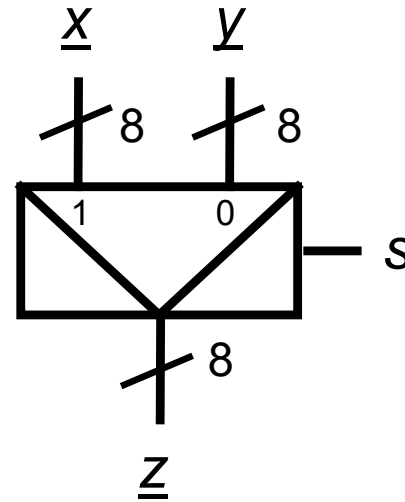


# Multiplexor vectorial



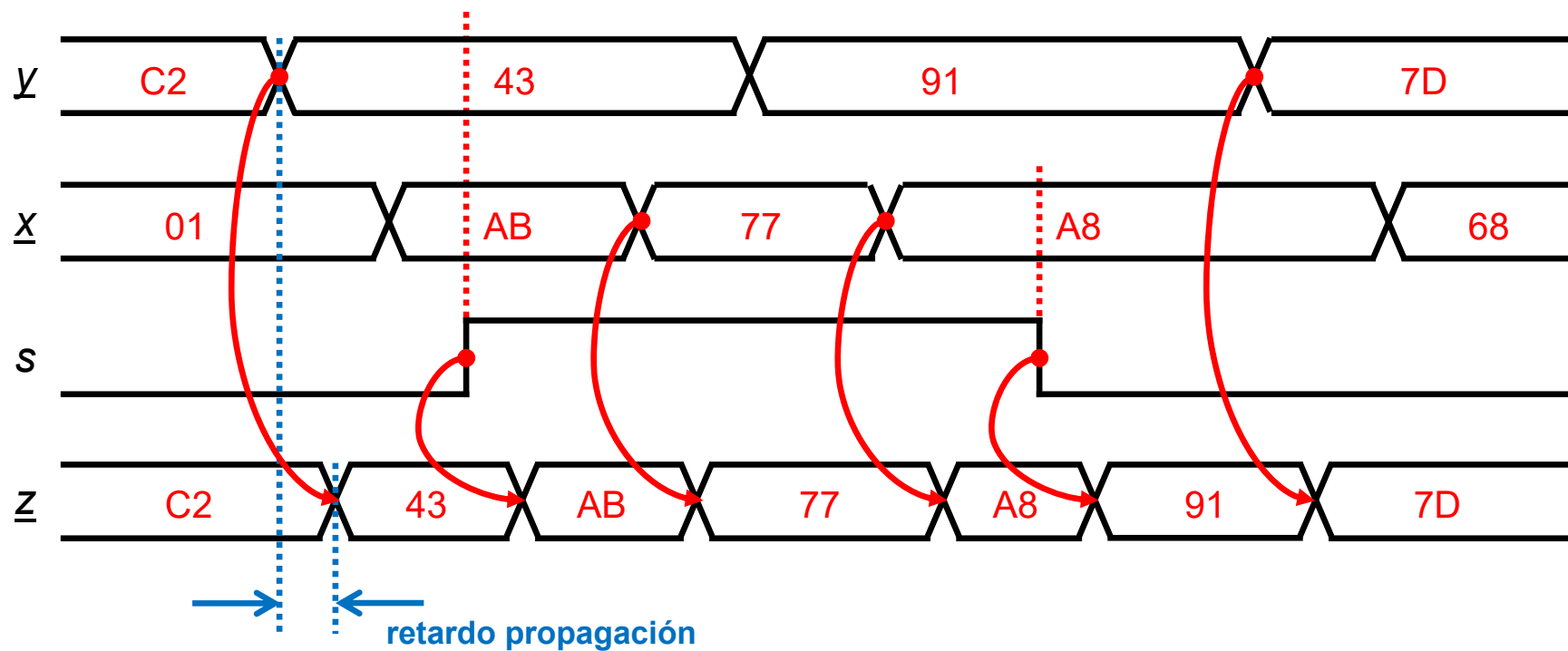
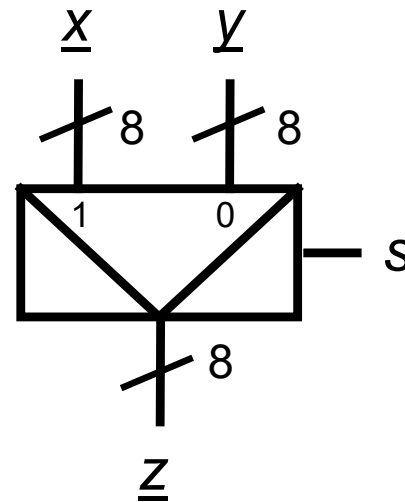


# Multiplexor vectorial



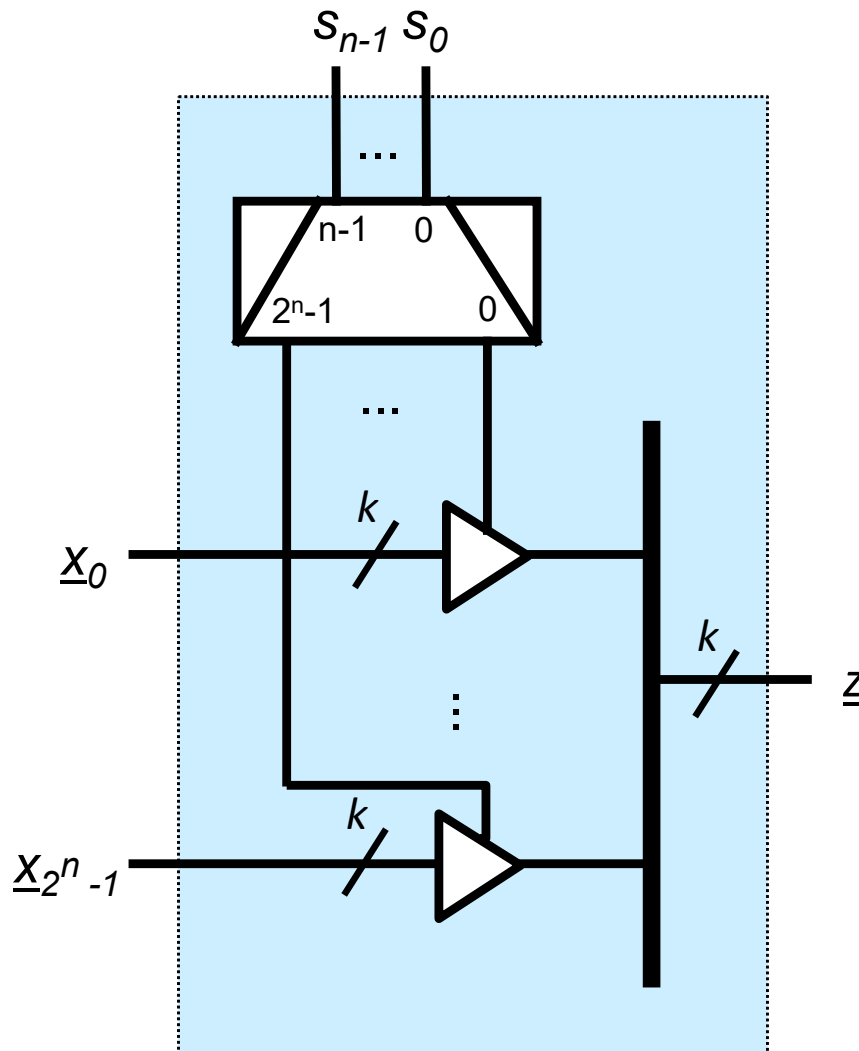


# Multiplexor vectorial





# Bus

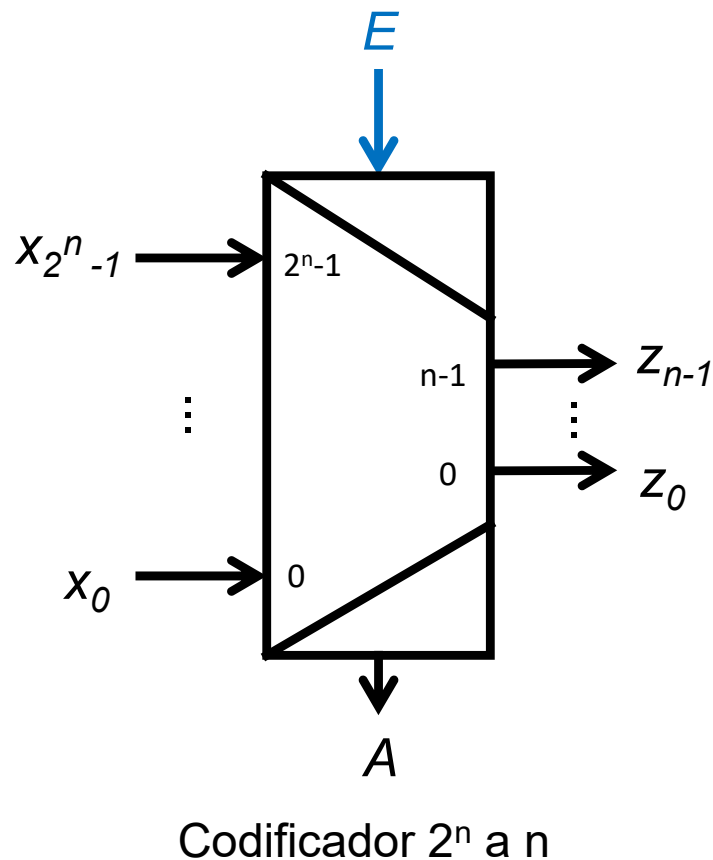


- $\underline{x}$   $2^n$  entradas de datos de  $k$  bits
- $\underline{s}$   $n$  entradas de control
- $\underline{z}$  1 salida de datos de  $k$  bits

*si la entrada de control toma la configuración binaria  $p$ , la salida equivale a la entrada  $(p)_{10}$ -ésima*



# Codificador



$\underline{x}$   $2^n$  entradas de datos

$\underline{z}$   $n$  salidas de datos

$E$  1 entrada de capacitación (op)

$A$  1 salida de actividad

si se activa la entrada  $p$ -ésima **y solo esa**, la salida codifica  $p$  en binario

$$\underline{z} = \begin{cases} (i)_2 & \text{si } E=1 \text{ y } x_i = 1 \text{ y } \forall j, j \neq i, x_j=0 \\ 0 & \text{si } E=0 \text{ ó si } E=1 \text{ y } \forall i x_i=0 \\ - & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$A = \begin{cases} 1 & \text{si } E=1 \text{ y } \exists i, x_i=1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$z_i = E \cdot \sum (x_j) \text{ con } j \in \{ (a_{n-1} \dots a_0)_2 / a_i = 1 \}$$

$$A = E \cdot \sum (x_i)$$

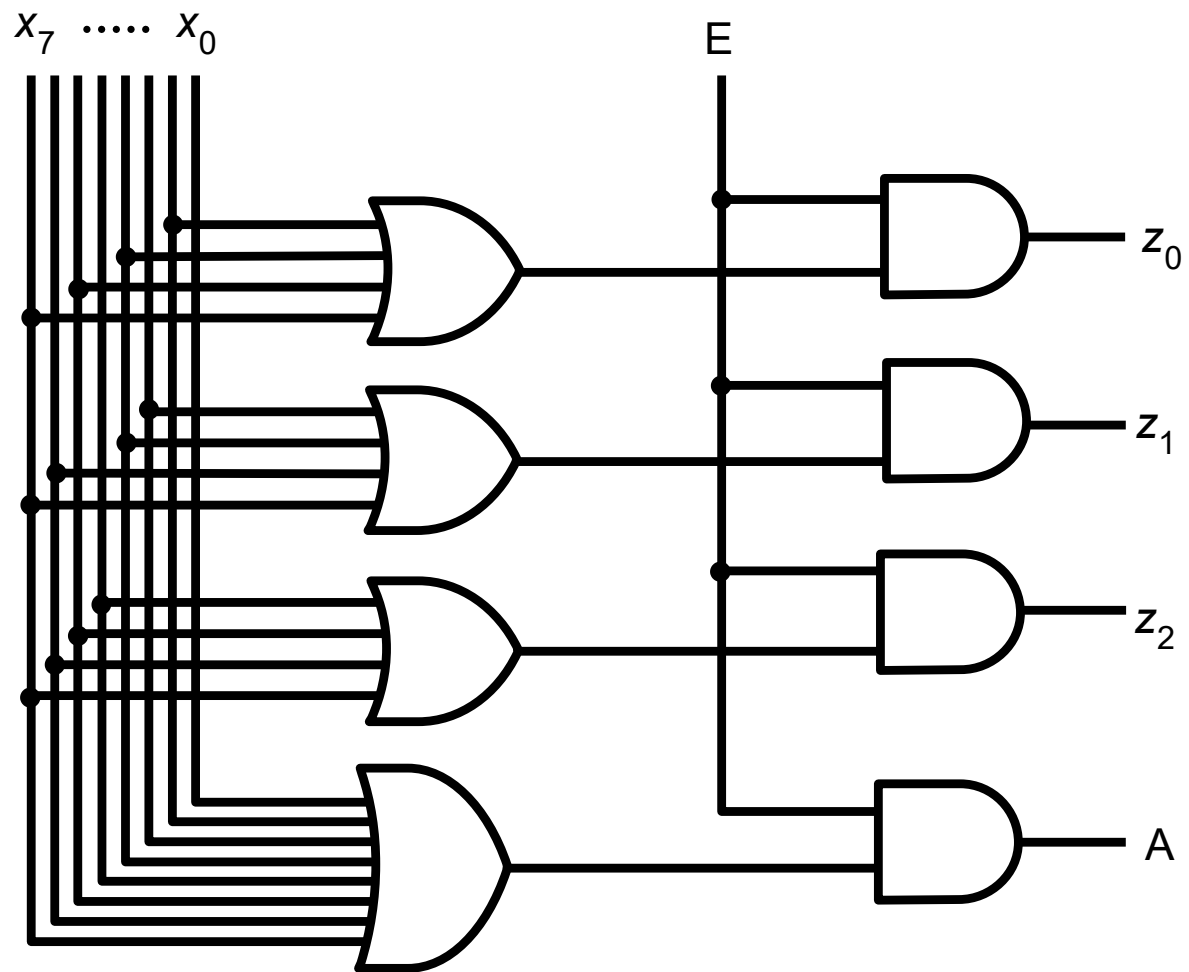


# Codificador

## Implementación directa

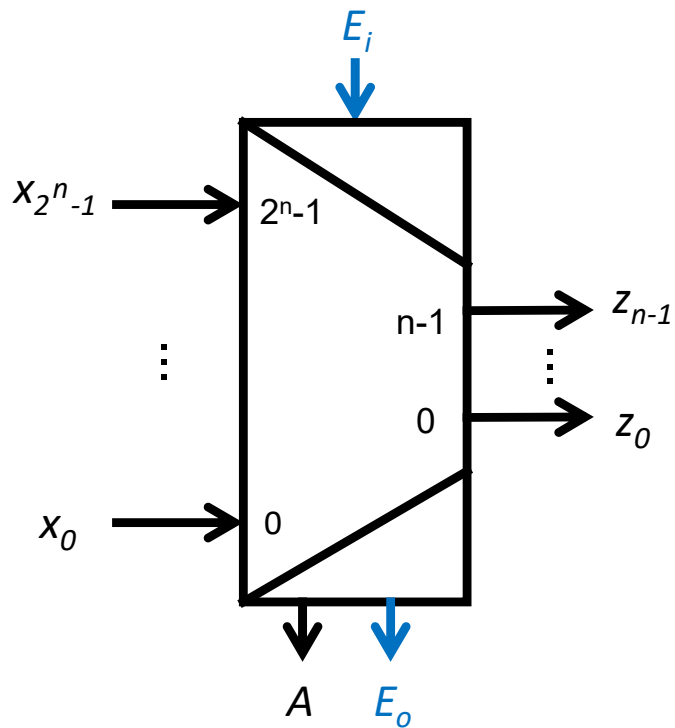
### Codificador 8 a 3

entrada activada	$z_2$	$z_1$	$z_0$
$x_0$	0	0	0
$x_1$	0	0	1
$x_2$	0	1	0
$x_3$	0	1	1
$x_4$	1	0	0
$x_5$	1	0	1
$x_6$	1	1	0
$x_7$	1	1	1





# Codificador de prioridad



Codificador de prioridad  $2^n$  a  $n$

- $\underline{x}$   $2^n$  entradas de datos
- $\underline{z}$   $n$  salidas de datos
- $E_i$  1 entrada de capacitación (op)
- $E_o$  1 salida de capacitación (op)
- $A$  1 salida de actividad

la salida codifica en binario la entrada activa de *más peso*

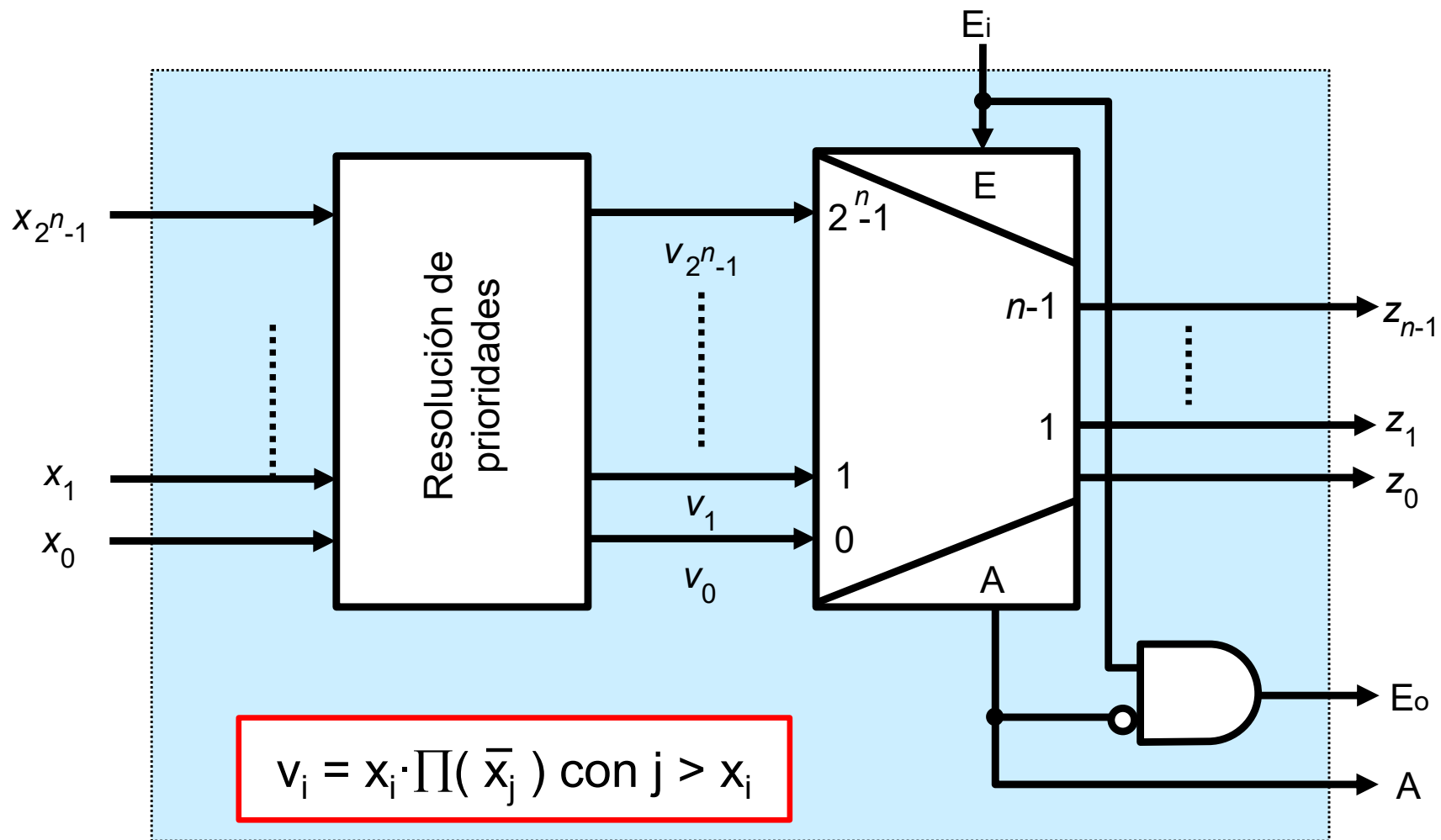
$$\underline{z} = \begin{cases} (i)_2 & \text{si } E_i=1 \text{ y } x_i = 1 \text{ y } \forall j, j>i, x_j=0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$A = \begin{cases} 1 & \text{si } E_i=1 \text{ y } \exists i, x_i=1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$E_o = \begin{cases} 1 & \text{si } E_i=1 \text{ y } \forall j, x_j = 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$



# Codificador de prioridad





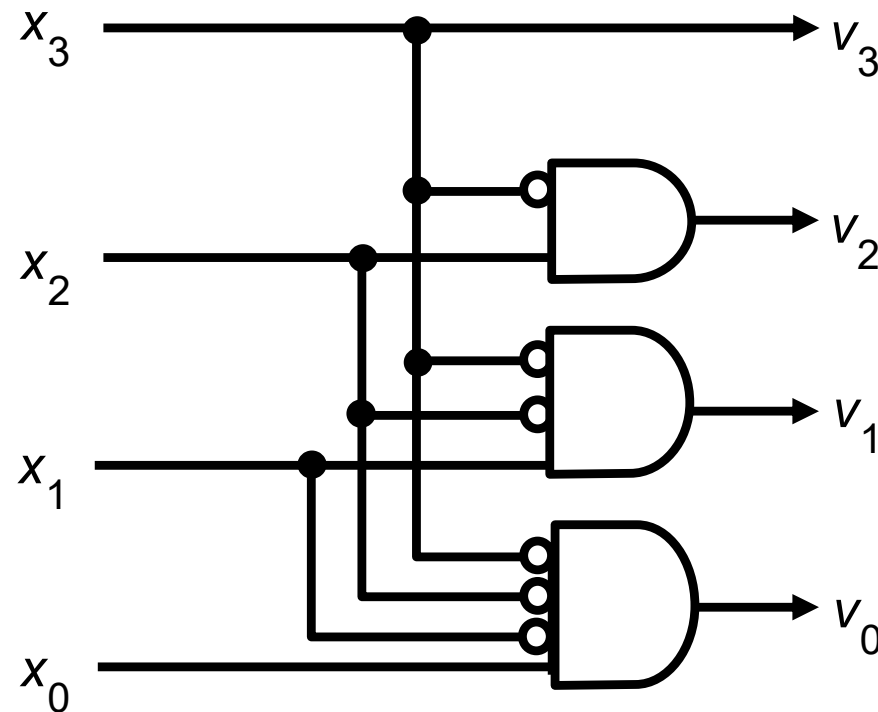


# Codificador de prioridad

Implementación directa

Resolución de prioridades

Codificador 4 a 2





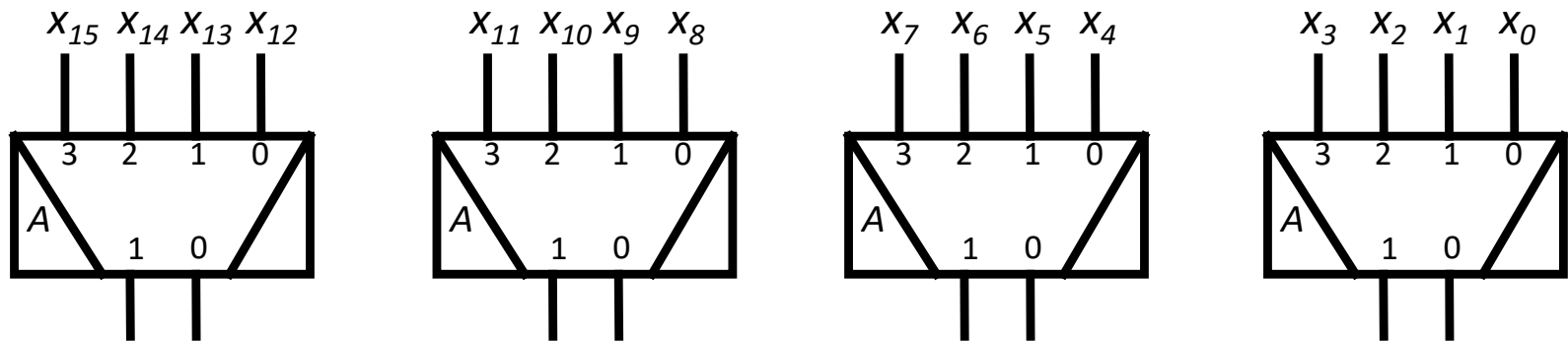
# Codificador de prioridad

versión 14/07/23

tema 4:  
Módulos combinatoriales básicos

FC-1

34



A

Implementación  
en árbol

Codificador 16 a 4

$Z_3$   $Z_2$

$Z_1$   $Z_0$



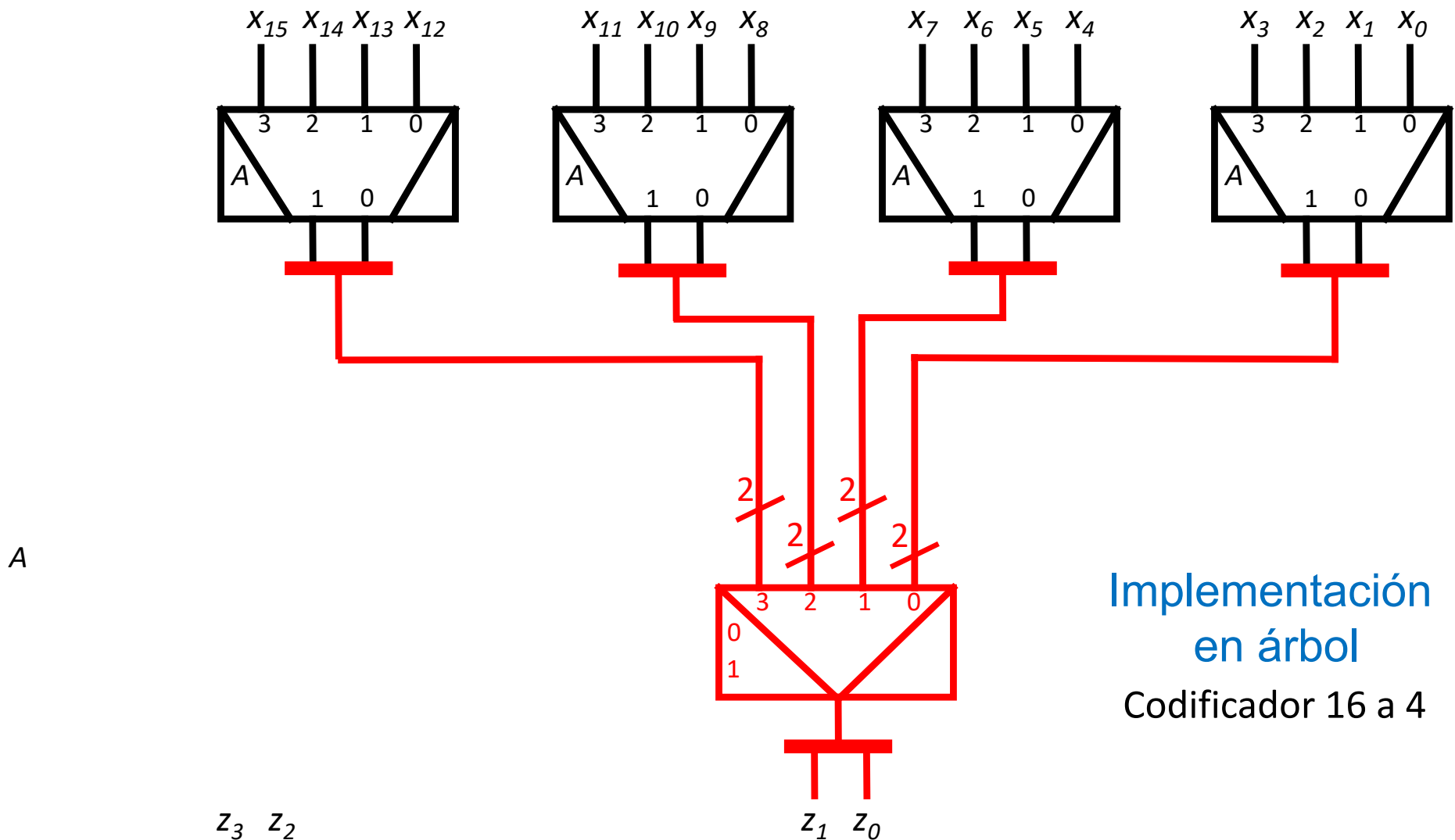
# Codificador de prioridad

versión 14/07/23

tema 4:  
Módulos combinatoriales básicos

FC-1

35



Implementación  
en árbol  
Codificador 16 a 4



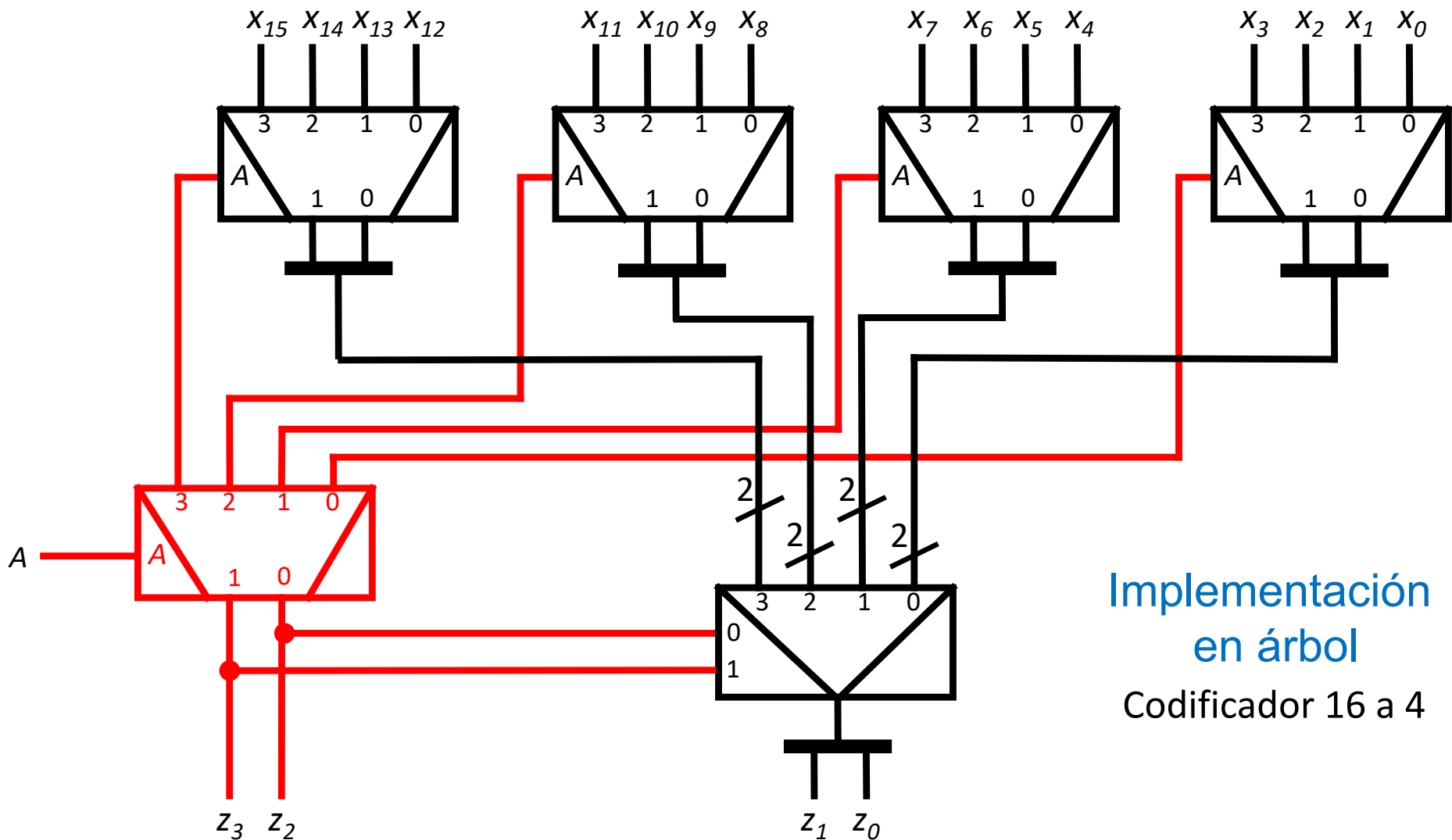
# Codificador de prioridad

versión 14/07/23

tema 4:  
Módulos combinatoriales básicos

FC-1

36



Implementación  
en árbol  
Codificador 16 a 4



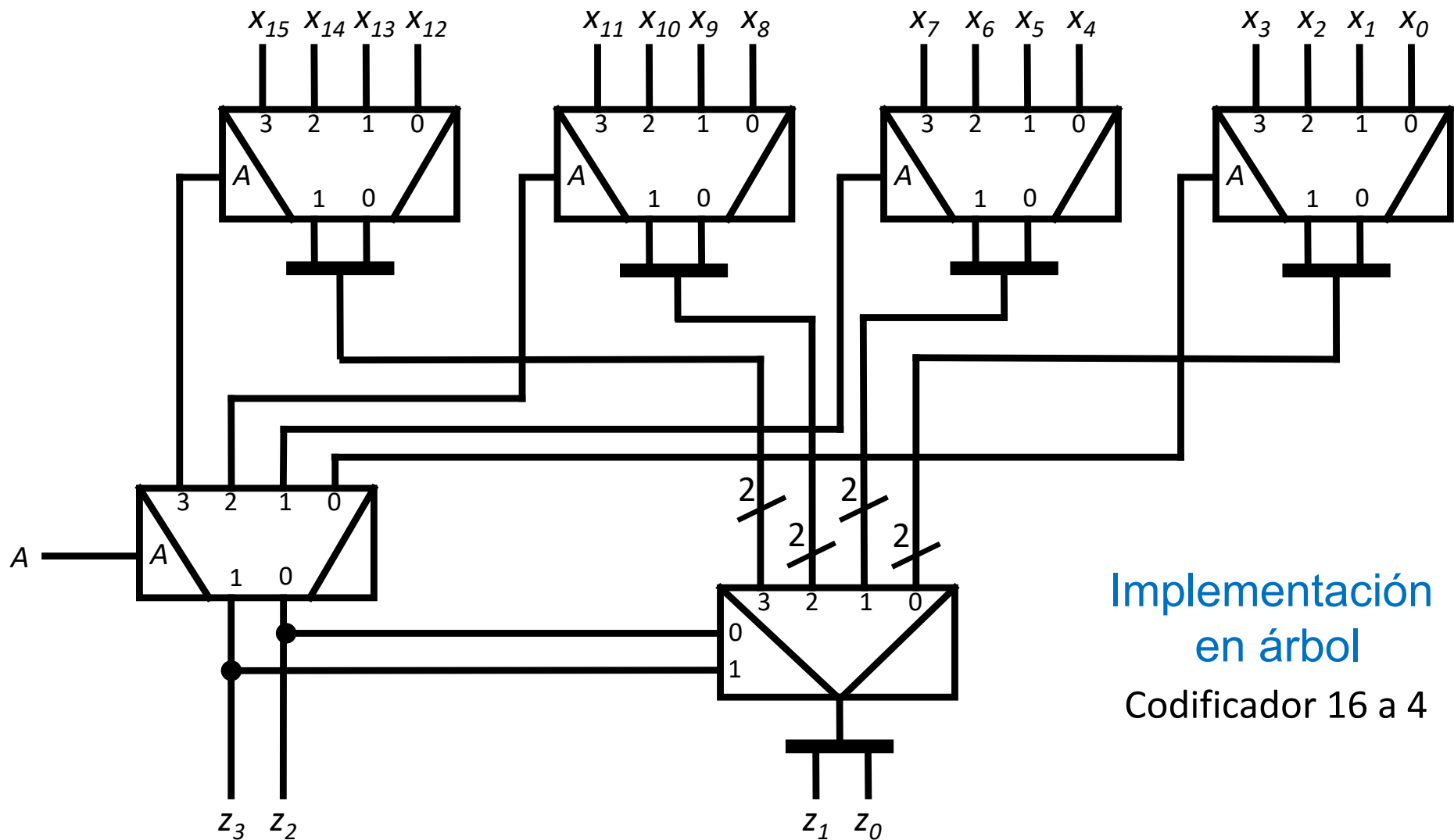
# Codificador de prioridad

versión 14/07/23

tema 4:  
Módulos combinatoriales básicos

FC-1

37



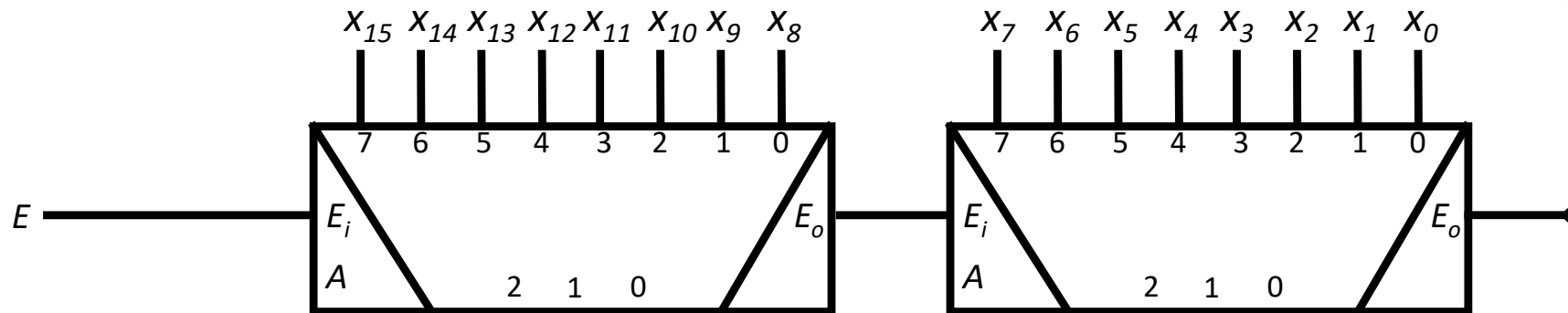
Implementación  
en árbol

Codificador 16 a 4



# Codificador de prioridad

versión 14/07/23



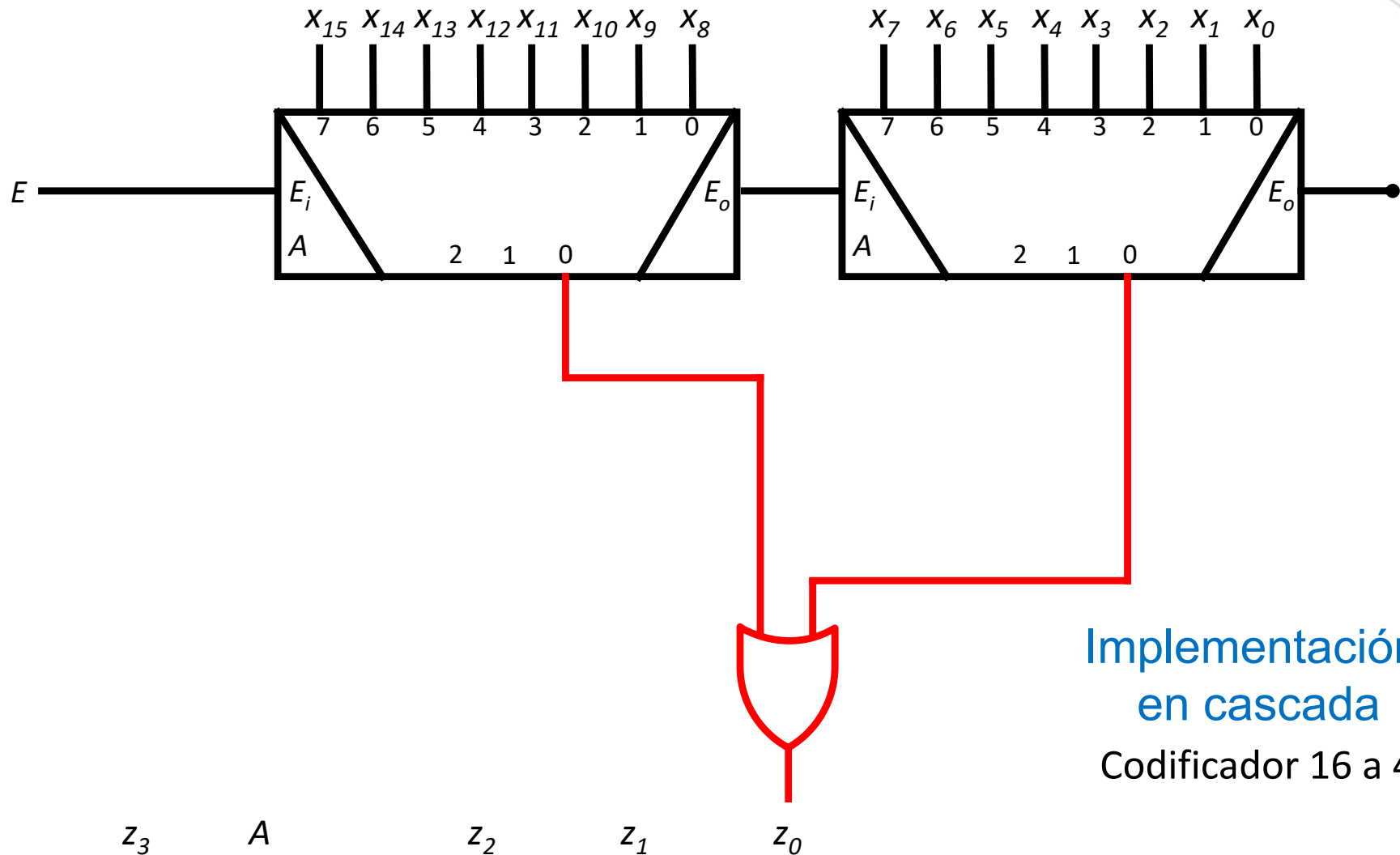
Implementación  
en cascada  
Codificador 16 a 4

$z_3$      $A$                      $z_2$              $z_1$              $z_0$



# Codificador de prioridad

versión 14/07/23





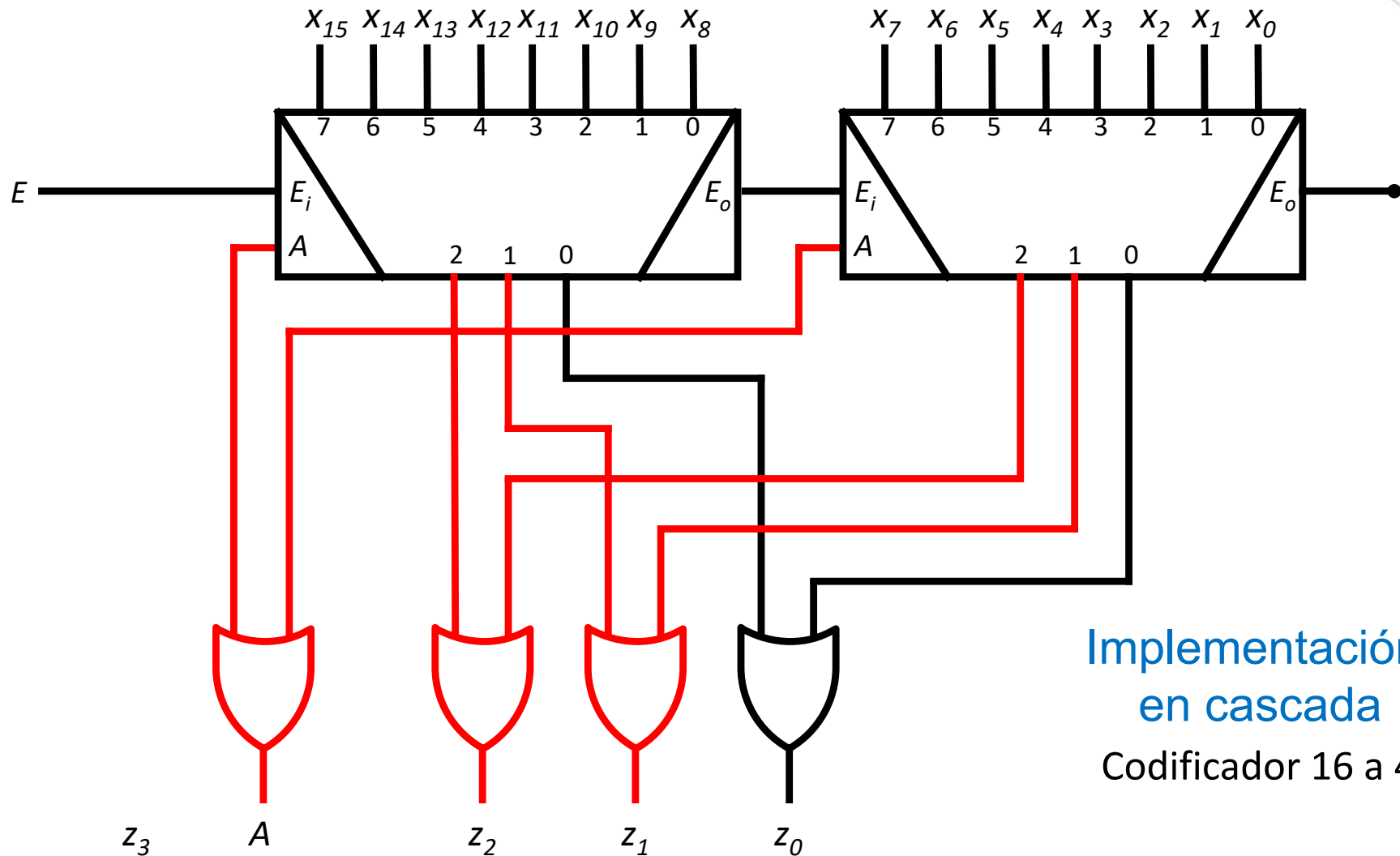
# Codificador de prioridad

versión 14/07/23

tema 4:  
Módulos combinatoriales básicos

FC-1

40



$z_3$

A

$z_2$

$z_1$

$z_0$





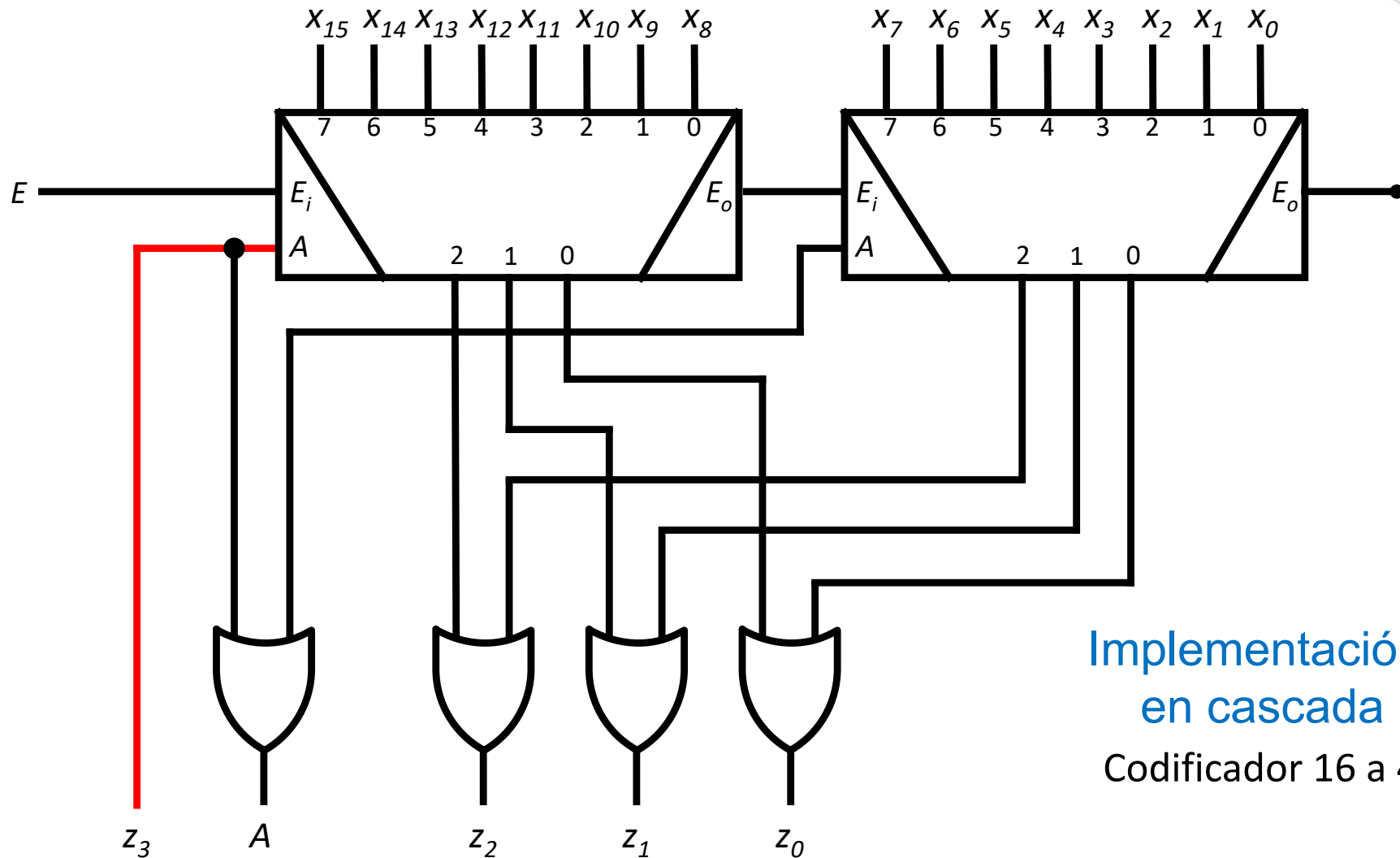
# Codificador de prioridad

versión 14/07/23

tema 4:  
Módulos combinatoriales básicos

FC-1

41



Implementación  
en cascada  
Codificador 16 a 4



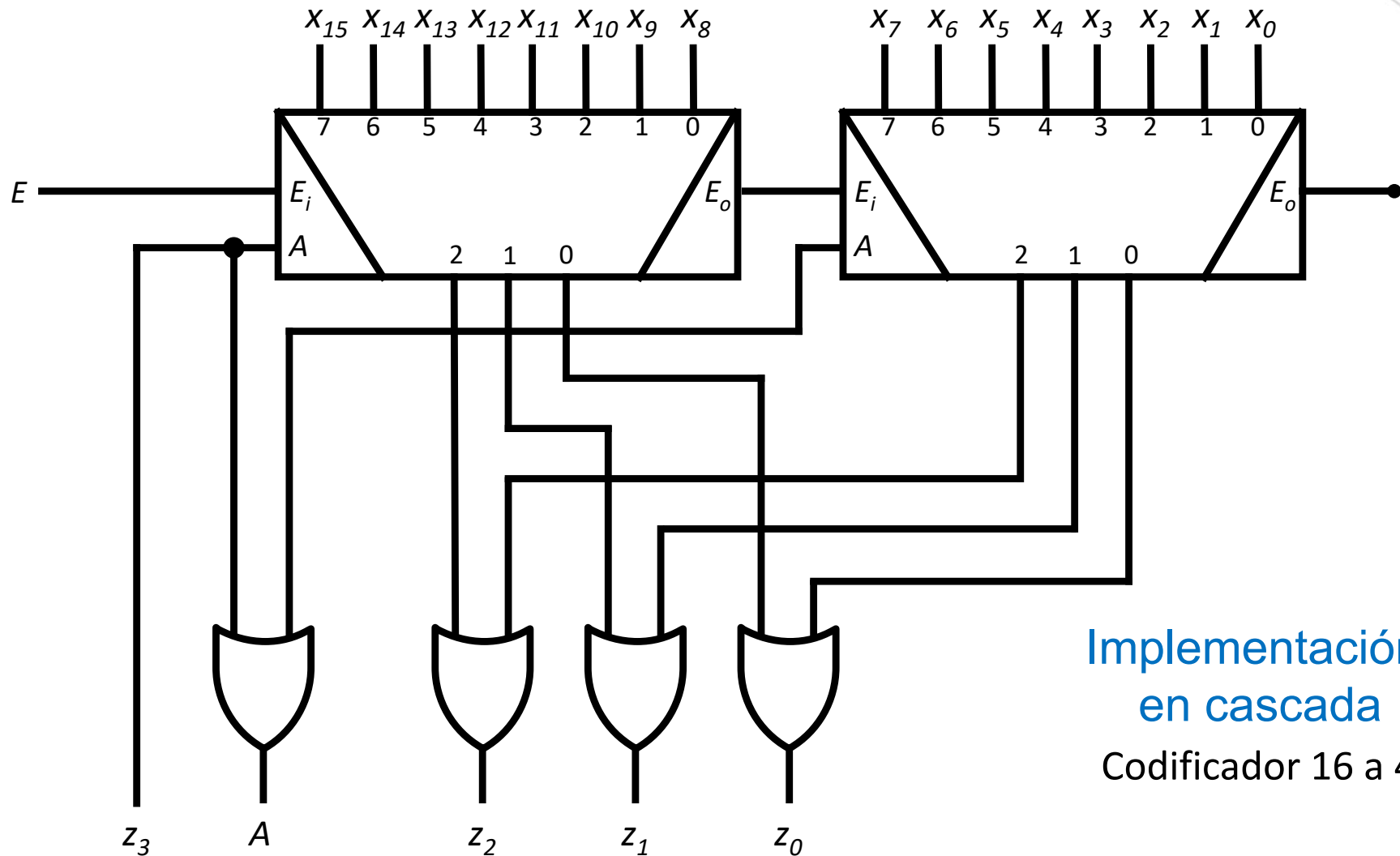
# Codificador de prioridad

versión 14/07/23

tema 4:  
Módulos combinatoriales básicos

FC-1

42

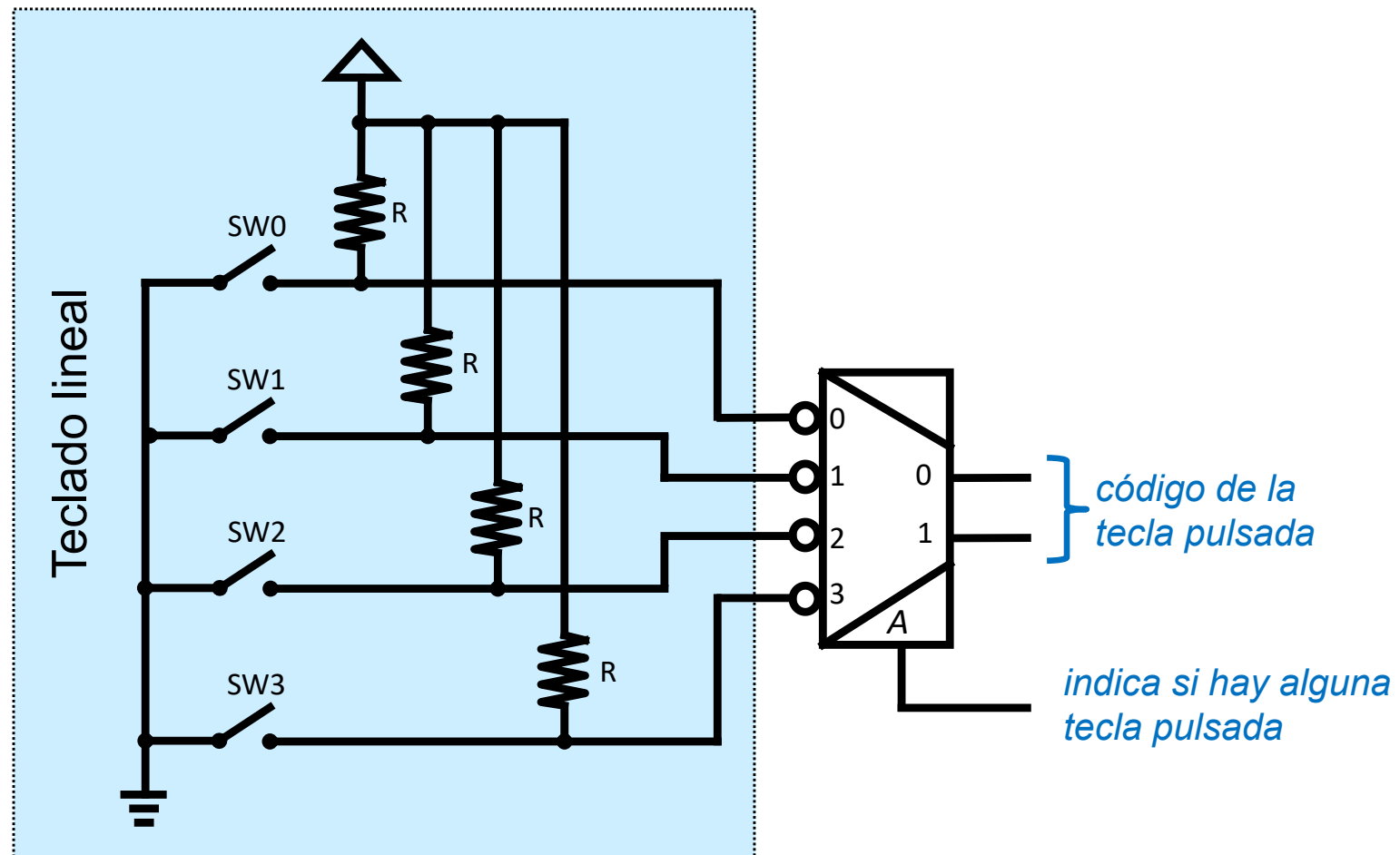


Implementación  
en cascada  
Codificador 16 a 4



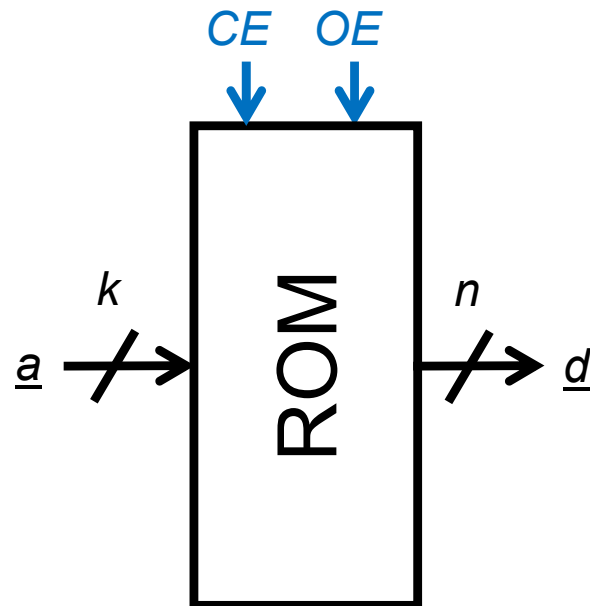
# Codificador de prioridad

- Aplicaciones al diseño:
  1. Asociar un código a cada componente de un vector de entrada.





# ROM (Read Only Memory)

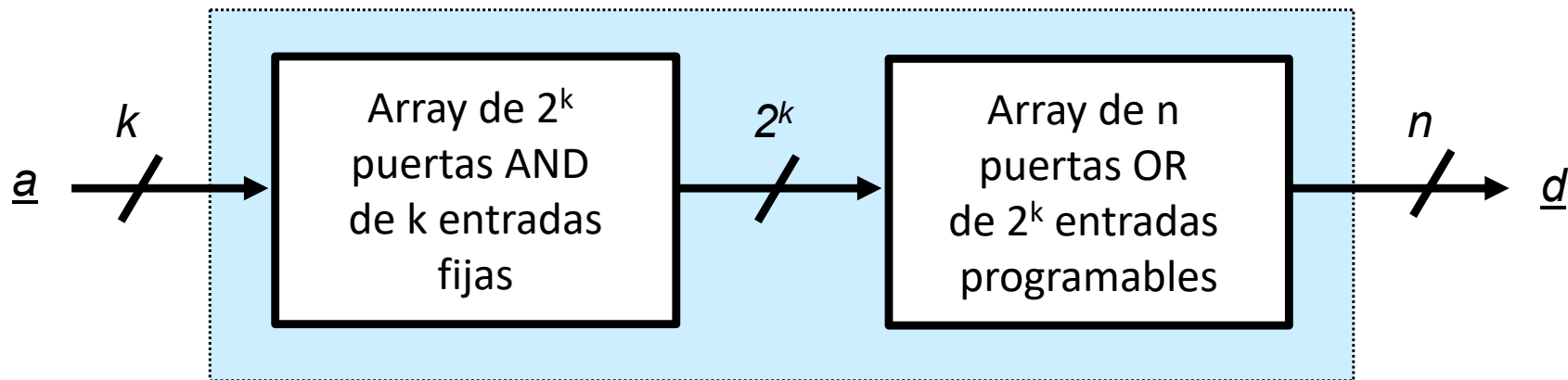


ROM  $2^k \times n$   
( $2^k$  palabras de  $n$  bits)

- 
- a 1 entrada de dirección de  $k$  bits
  - d 1 salida de datos de  $n$  bits
  - CE 1 entrada de capacitación (op)
  - OE 1 entrada de capacitación de lectura (op)
- 

*dispositivo programable capaz de implementar  $n$  FC de  $k$  variables almacenando sus tablas de verdad*

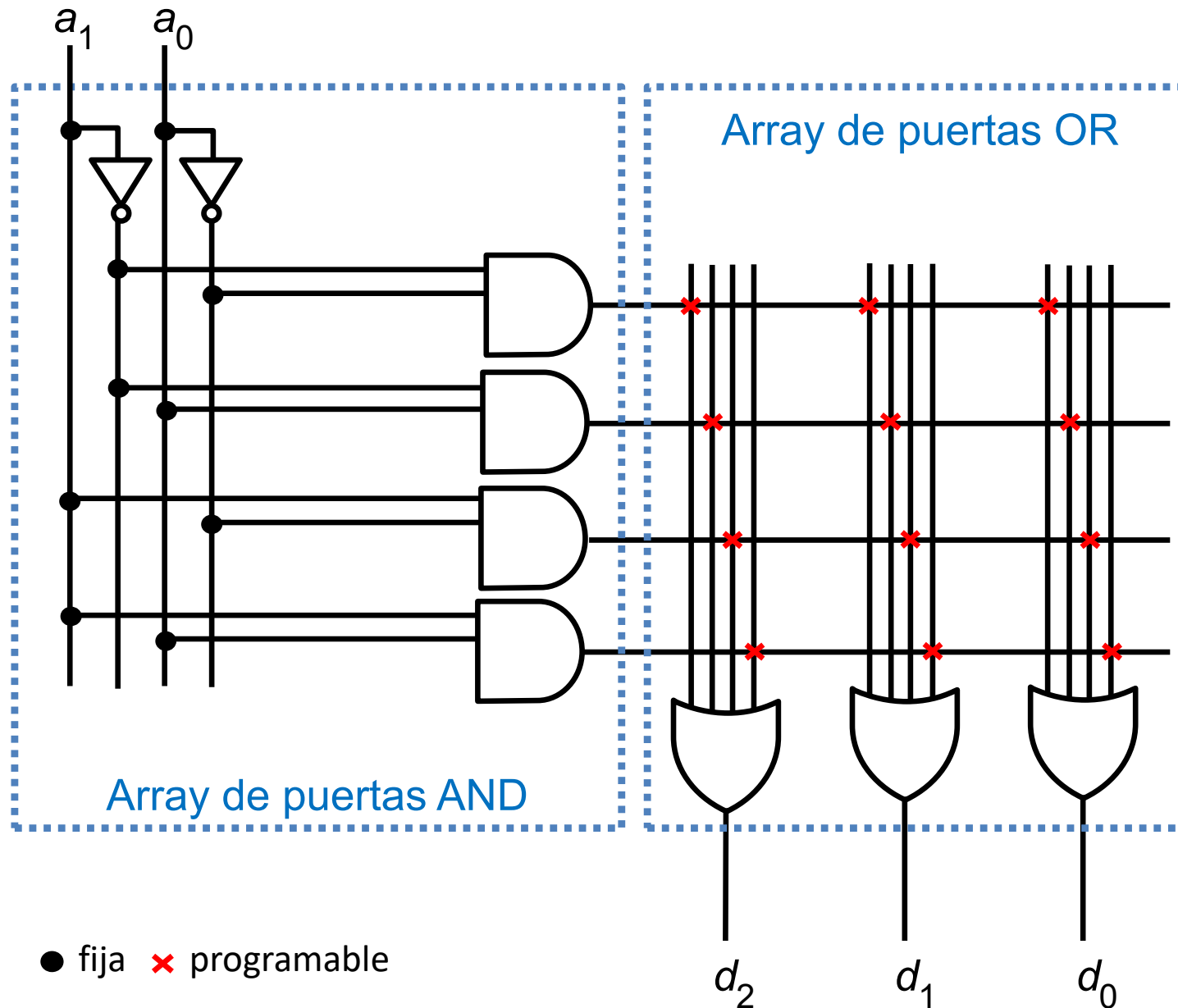
*memoria no volátil de capaz de almacenar  $2^k$  palabras de  $n$  bits cada una*





# ROM (Read Only Memory)

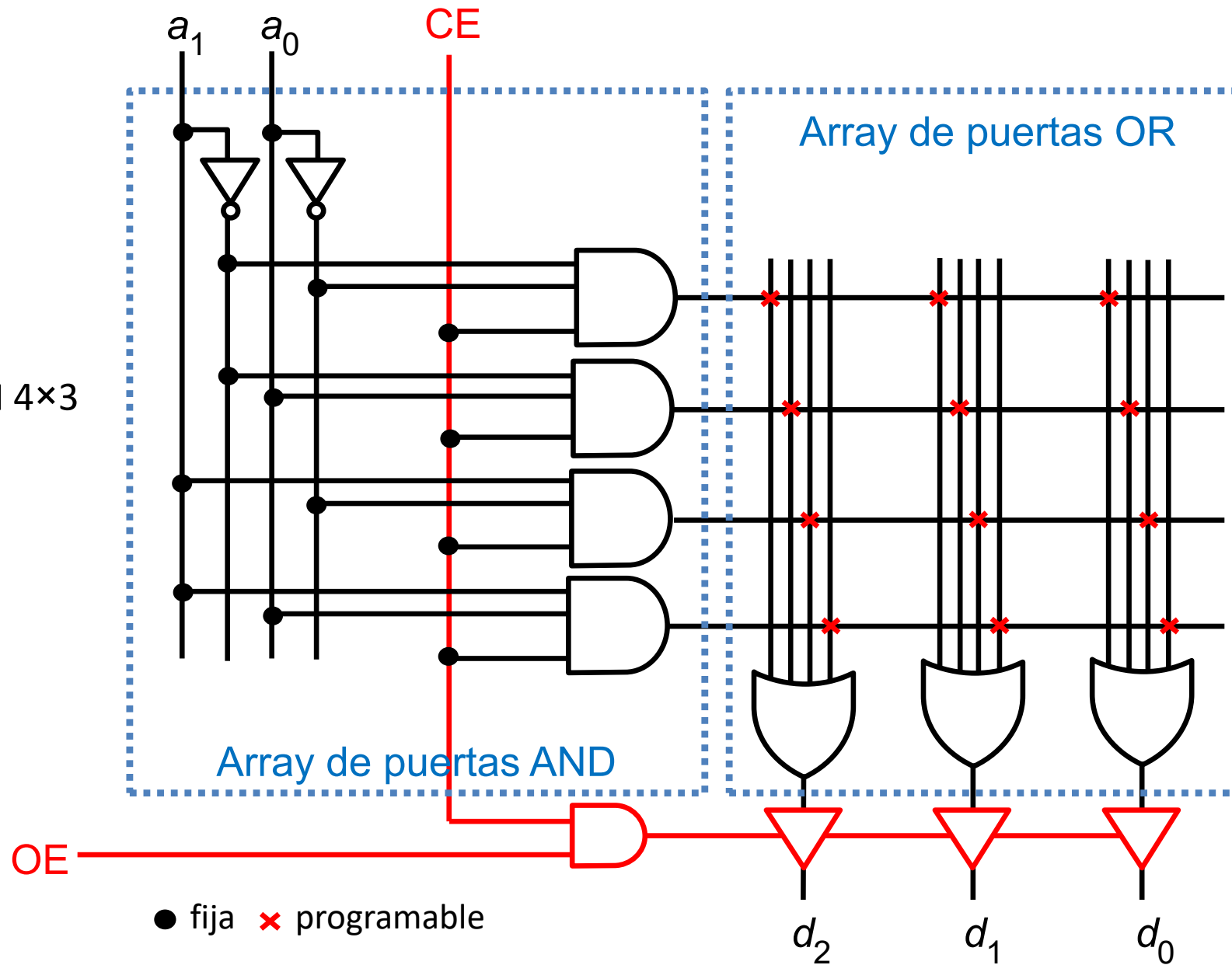
ROM 4×3





# ROM (Read Only Memory)

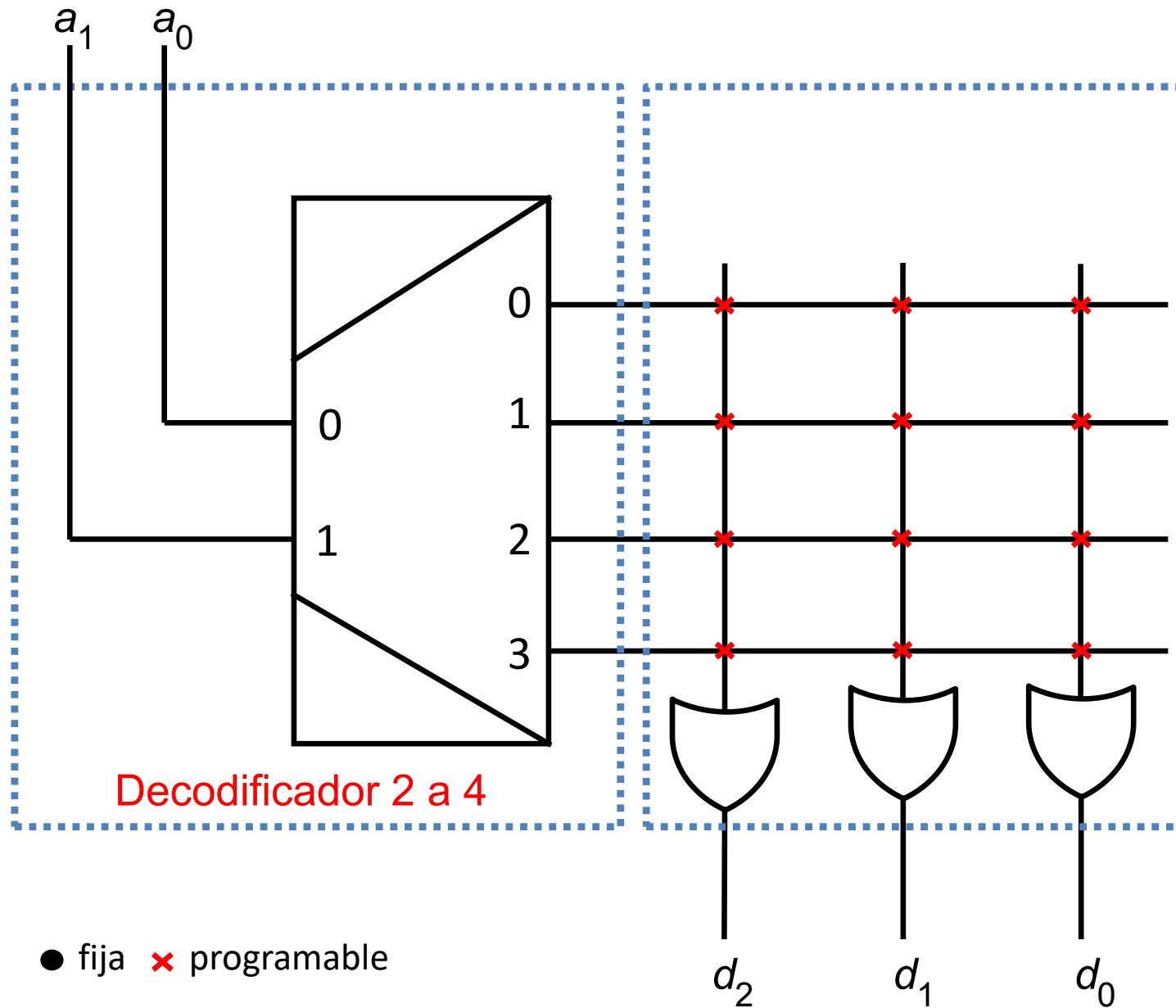
ROM 4x3





# ROM (Read Only Memory)

ROM 4×3

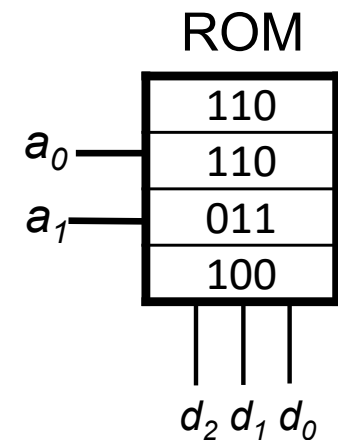
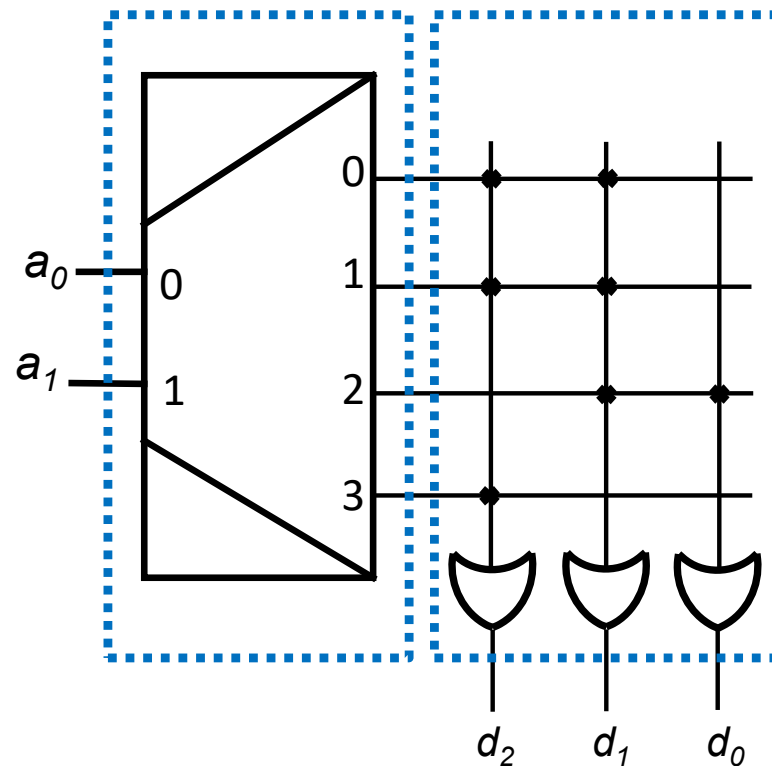




# ROM (Read Only Memory)

- Aplicaciones al diseño:
  - Implementar directamente FC almacenando su tabla de verdad.

	$a_1$	$a_0$	$d_2$	$d_1$	$d_0$
0	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	0
2	1	0	0	1	1
3	1	1	1	0	0



$$d_2 = \bar{a}_1 + a_0$$

$$d_1 = \overline{a_1 \cdot a_0}$$

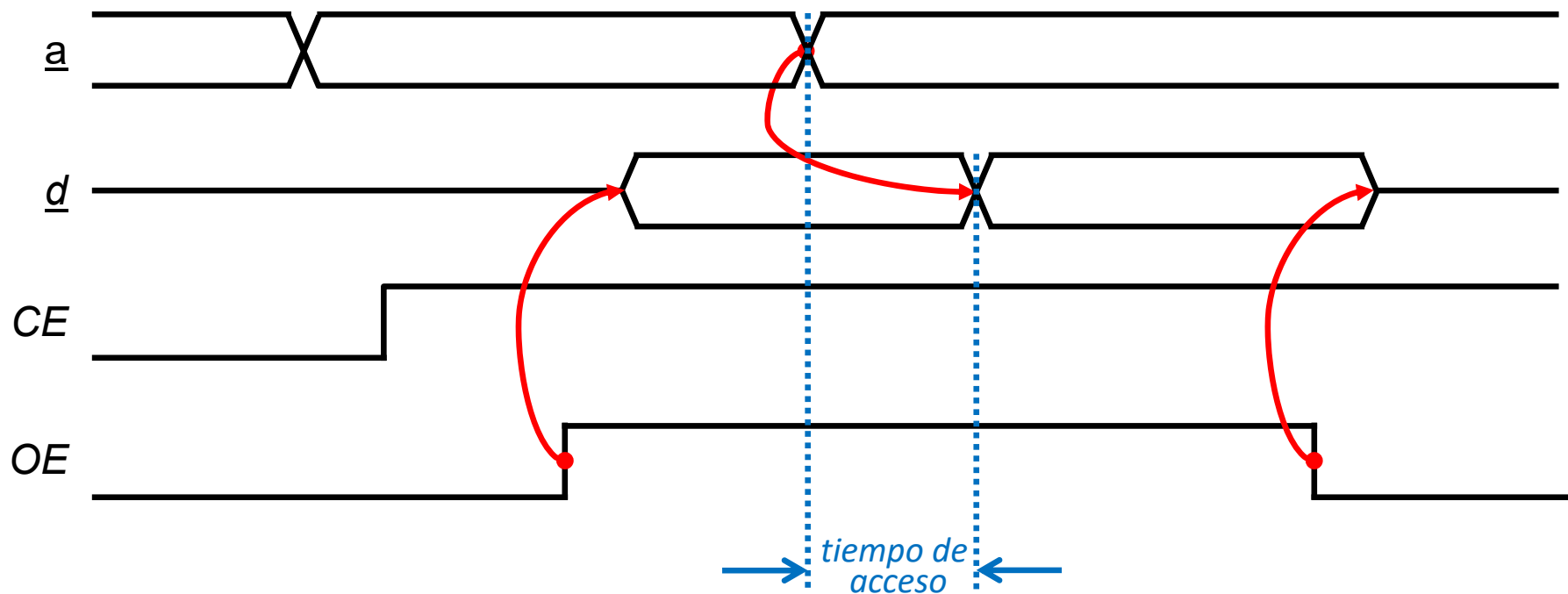
$$d_0 = a_1 \cdot \bar{a}_0$$





# ROM (Read Only Memory)

- Cuando a cambia, la ROM recupera el dato correspondiente
  - El dato solo aparece en d si CE y OE están activadas





# ROM (Read Only Memory)

- **Mask Programmable ROM**
  - Se programa durante la fabricación del chip.
  - No puede borrarse/reprogramarse.
- **PROM (Programmable ROM)**
  - Se programa eléctricamente usando un programador.
  - No puede borrarse/reprogramarse.
- **EPROM (Erasable Programmable ROM)**
  - Se programa eléctricamente usando un programador.
  - Se borra (chip completo) exponiéndola a luz ultravioleta.
- **EEPROM (Electrically Erasable Programmable ROM)**
  - Se programa/borra (palabra) eléctricamente usando un programador.
- **Flash memory**
  - Se programa/borra (bloque) eléctricamente sin requerir programador.



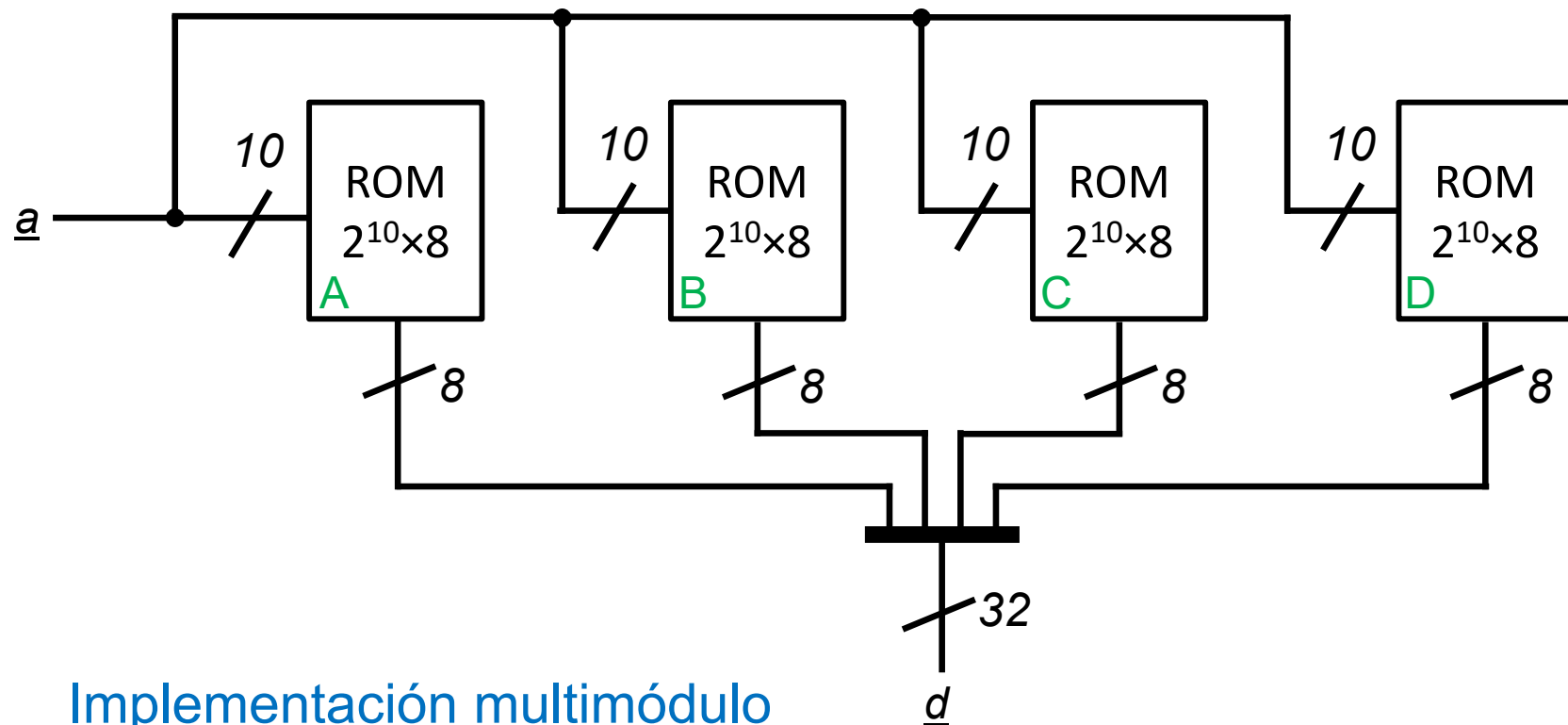
# ROM (Read Only Memory)

- La **capacidad** de las memorias se mide en bytes (8 bits)
  - Cuando el número de bytes es alto, se utilizan prefijos.
- Históricamente, los prefijos indican cantidades potencias de 2
  - Kilobyte (KB) =  $2^{10}$  bytes = 1.024 bytes
  - Megabyte (MB) =  $2^{20}$  bytes = 1.048.576 bytes
  - Gigabyte (GB) =  $2^{30}$  bytes = 1.073.741.824 bytes
- Sin embargo, desde hace algunos años su significado se ha homogeneizado con el definido en el Sistema Internacional de unidades (**potencias de 10**)
  - Kilobyte (kB) =  $10^3$  bytes = 1.000 bytes
  - Megabyte (MB) =  $10^6$  bytes = 1.000.000 bytes
  - Gigabyte (GB) =  $10^9$  bytes = 1.000.000.000 bytes
  - Y se han definido **nuevos prefijos** para indicar las **potencias de 2**
    - Kibibyte (KiB) =  $2^{10}$  bytes = 1.024 bytes
    - Mebibyte (MiB) =  $2^{20}$  bytes = 1.048.576 bytes
    - Gibibyte (GiB) =  $2^{30}$  bytes = 1.073.741.824 bytes
  - No obstante, todavía no está generalizado el uso de los nuevos prefijos .



# ROM (Read Only Memory)

- Varias ROM se pueden componer para comportarse como una ROM de **mayor anchura de palabra**.



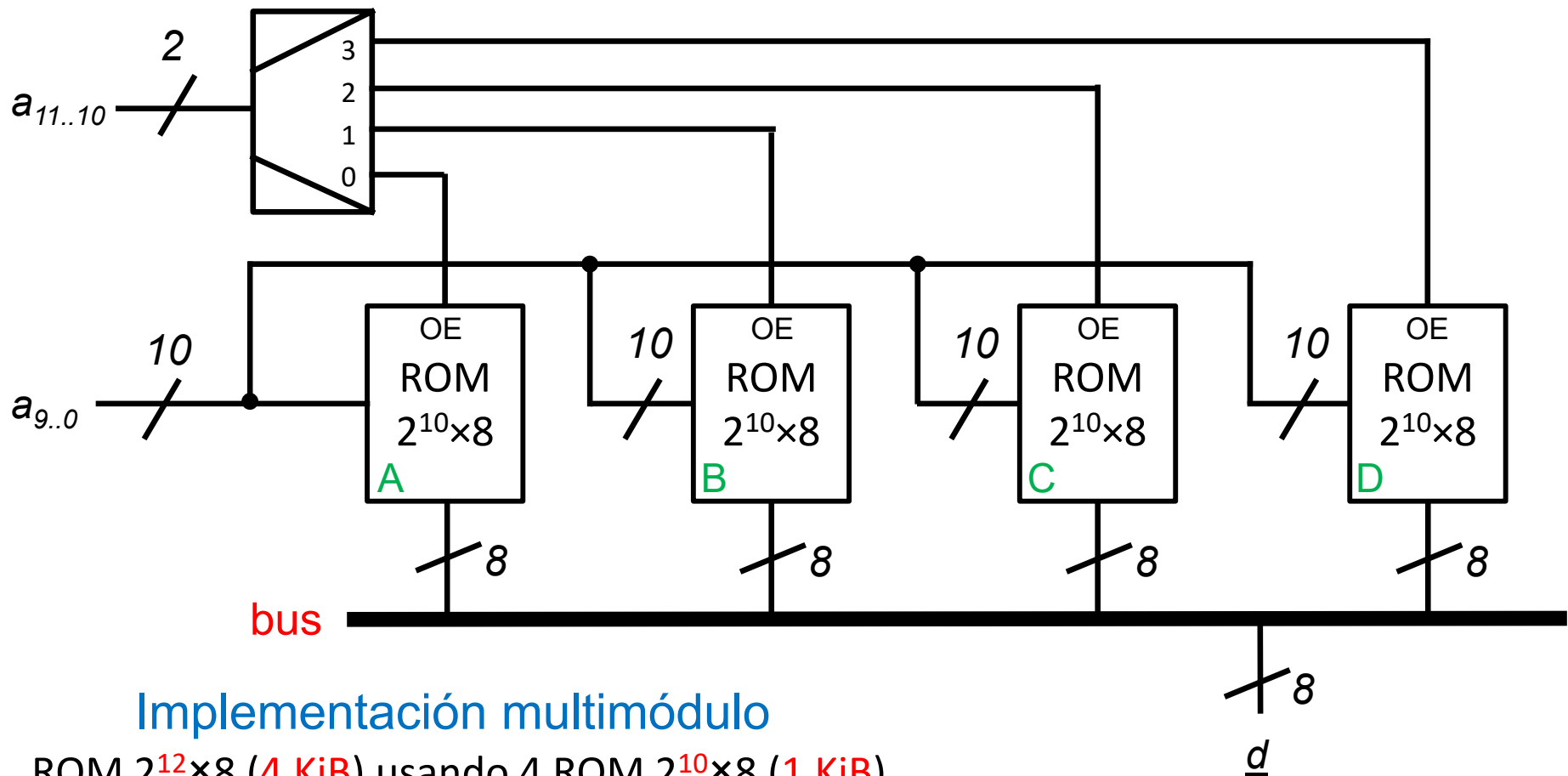
## Implementación multimódulo

ROM  $2^{10} \times 32$  (4 KiB) usando 4 ROM  $2^{10} \times 8$  (1 KiB)



# ROM (Read Only Memory)

- Varias ROM se pueden componer para comportarse como una ROM de **mayor profundidad**.



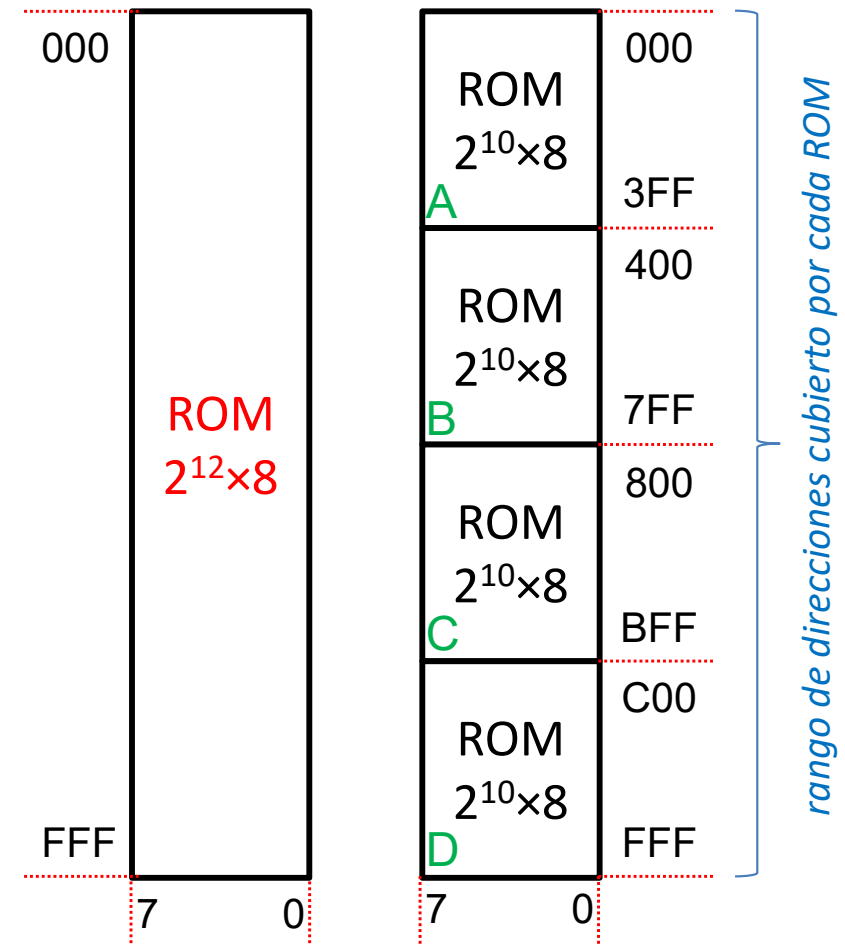
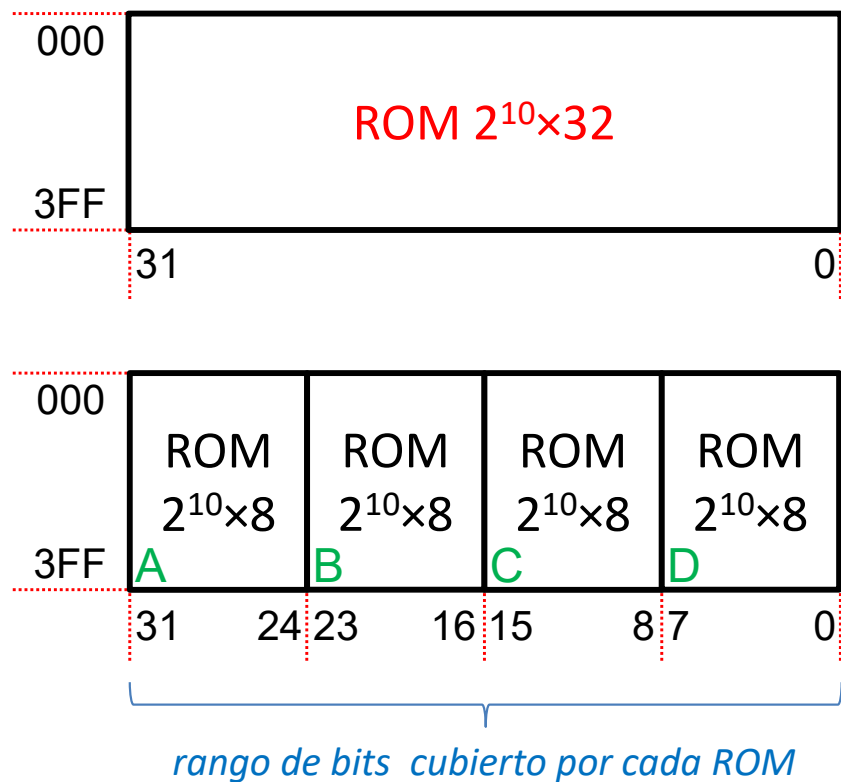
## Implementación multimódulo

ROM  $2^{12} \times 8$  (4 KiB) usando 4 ROM  $2^{10} \times 8$  (1 KiB)



# ROM (Read Only Memory)

- Distintas organizaciones de ROM dan lugar a distintos mapas de memoria:





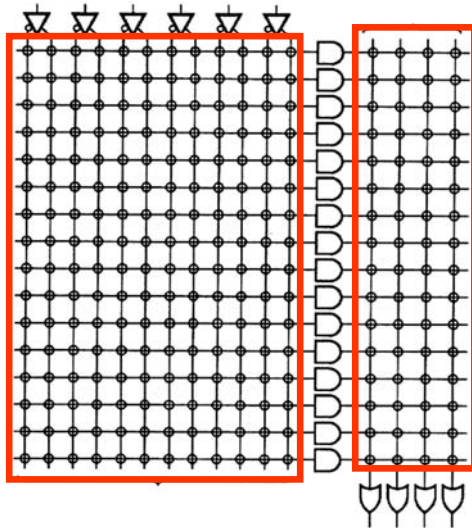
# Otros dispositivos programables

versión 14/07/23

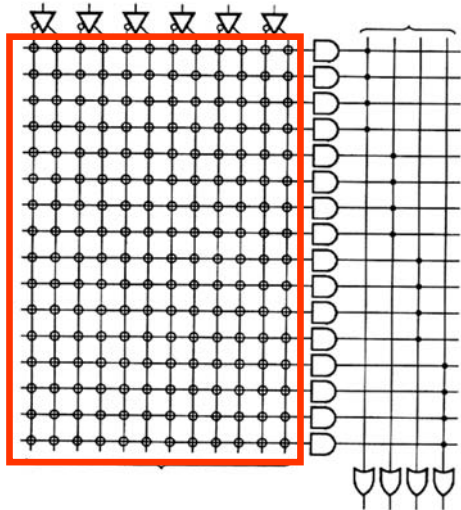
tema 4:  
Módulos combinatoriales básicos

FC-1

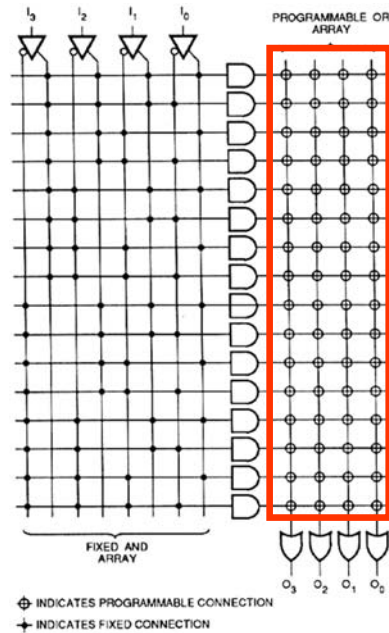
55



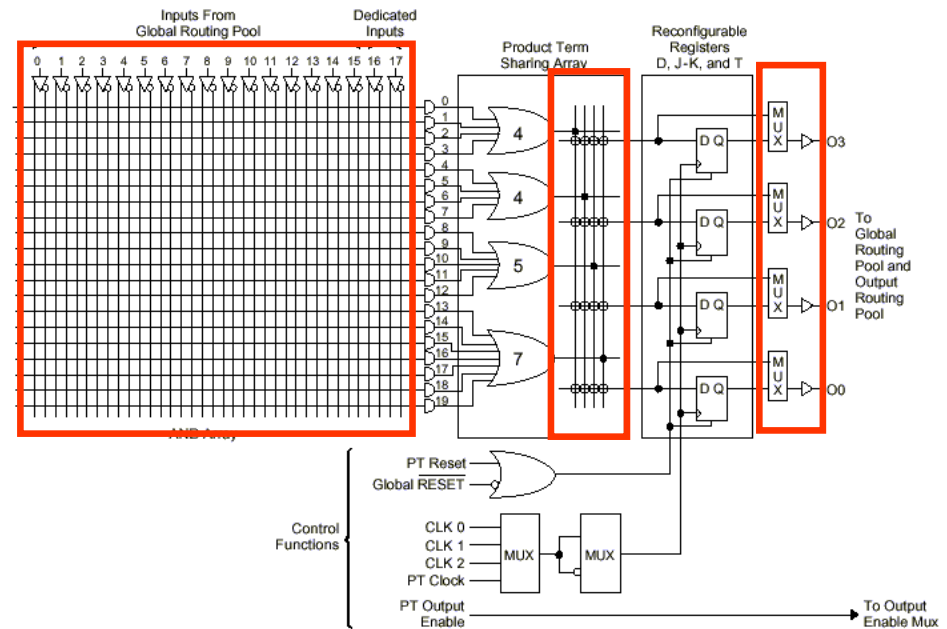
PLA



PAL



ROM



CPLD

**interconexiones  
(re)programables**



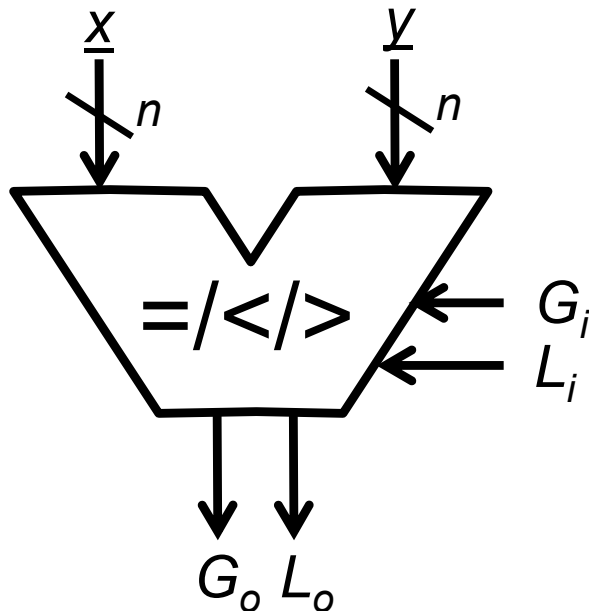
# Comparador de magnitud

versión 14/07/23

tema 4:  
Módulos combinatoriales básicos

FC-1

56



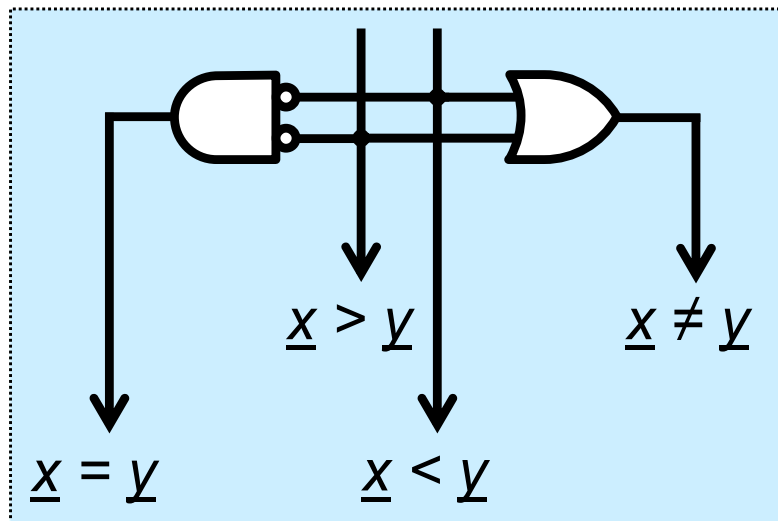
- 
- $\underline{x}, \underline{y}$  2 entradas de datos de n bits
  - $G_i, L_i$  2 entrada de acarreo
  - $G_o, L_o$  2 salidas de comparación
- 

*compara las magnitudes de  $\underline{x}$  e  $\underline{y}$*

---

$$G_o = \begin{cases} 1 & \text{si } (\underline{x} > \underline{y}) \text{ o } (\underline{x} = \underline{y} \text{ y } G_i > L_i) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$
$$L_o = \begin{cases} 1 & \text{si } (\underline{x} < \underline{y}) \text{ o } (\underline{x} = \underline{y} \text{ y } G_i < L_i) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

---





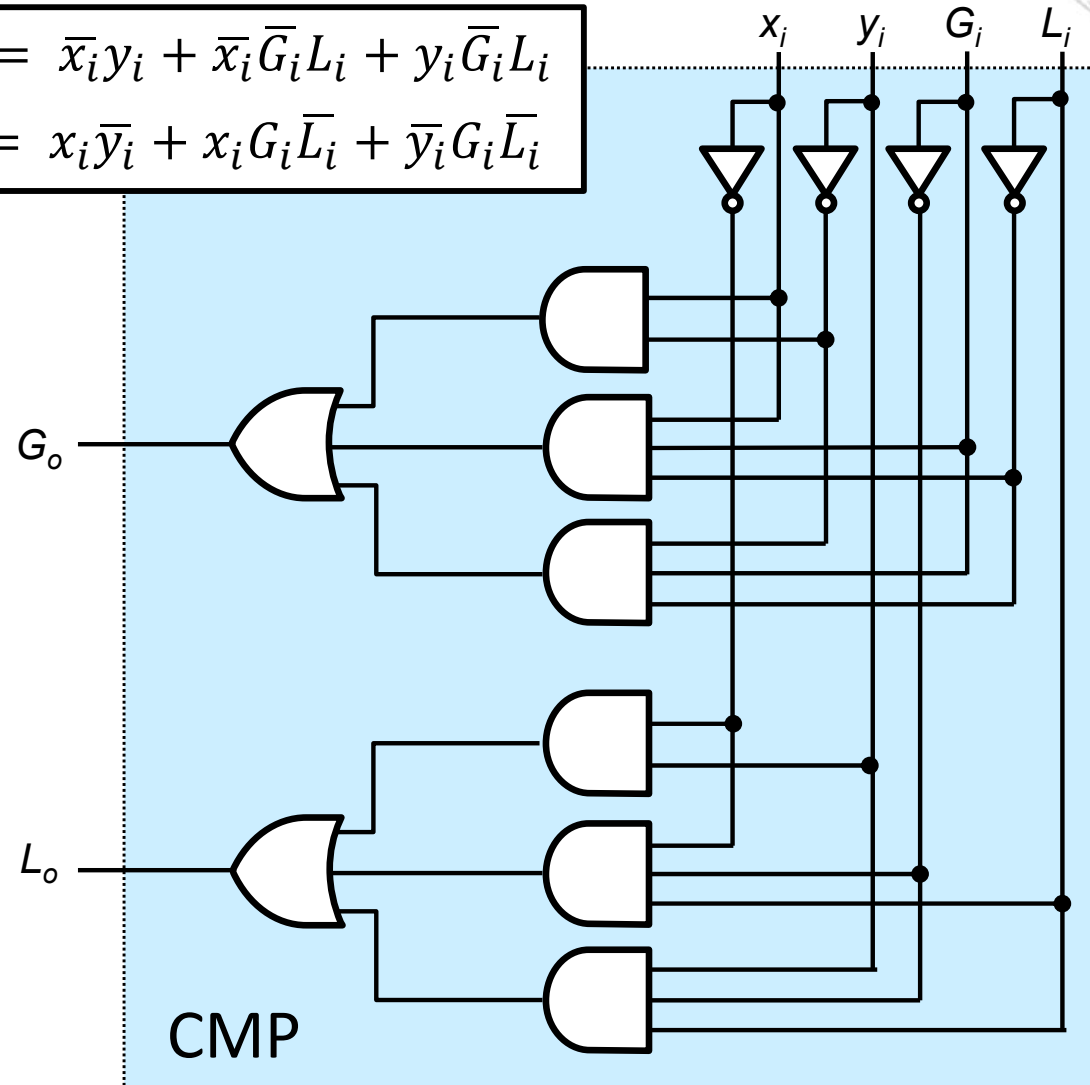


# Comparador de magnitud

$x_i$	$y_i$	$G_i$	$L_i$	$G_o$	$L_o$
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0

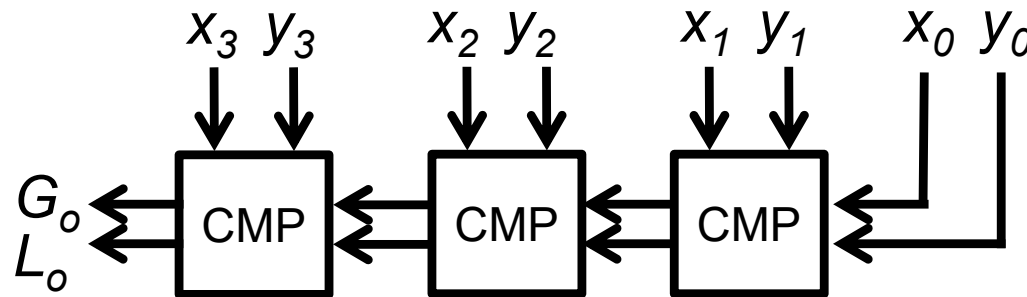
$$L_o = \bar{x}_i y_i + \bar{x}_i \bar{G}_i L_i + y_i \bar{G}_i L_i$$

$$G_o = x_i \bar{y}_i + x_i G_i \bar{L}_i + \bar{y}_i G_i \bar{L}_i$$



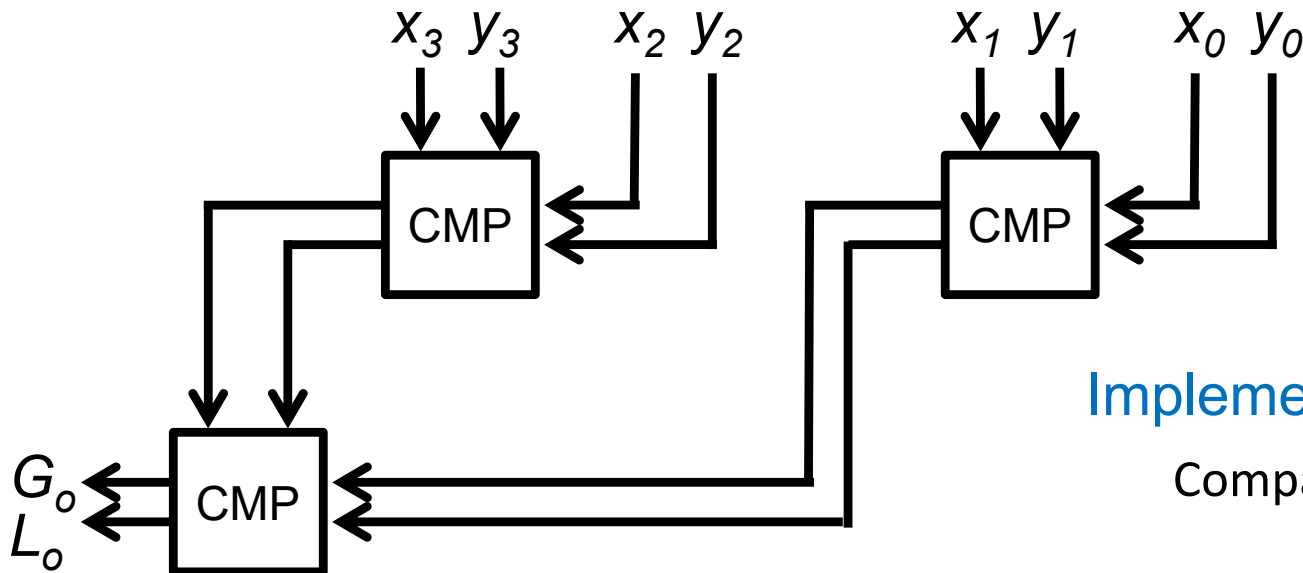


# Comparador de magnitud



Implementación en serie

Comparador de 4 bits

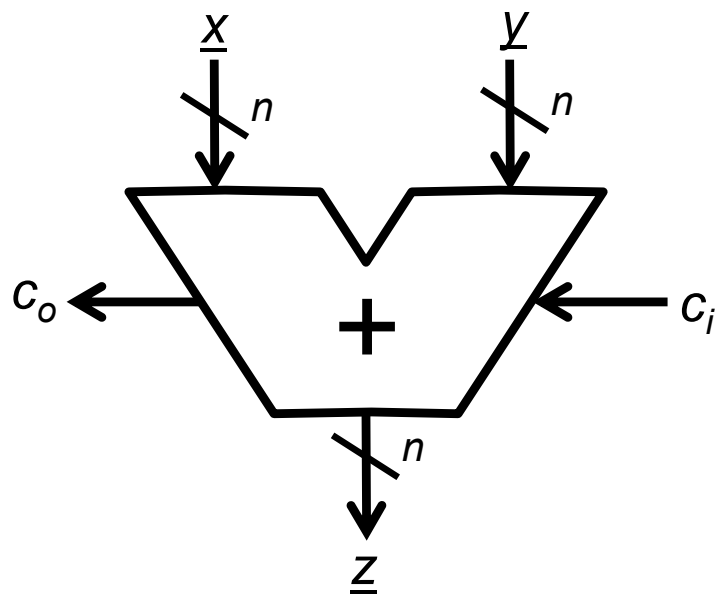


Implementación en árbol

Comparador de 4 bits



# Sumador



- 
- $\underline{x}, \underline{y}$  2 entradas de datos de n bits
  - $c_i$  1 entrada de acarreo (carry)
  - $\underline{z}$  1 salida de datos de n bits
  - $c_o$  1 salida de acarreo (carry)
- 

realiza la suma binaria:  $\underline{x} + \underline{y} + c_i$

---

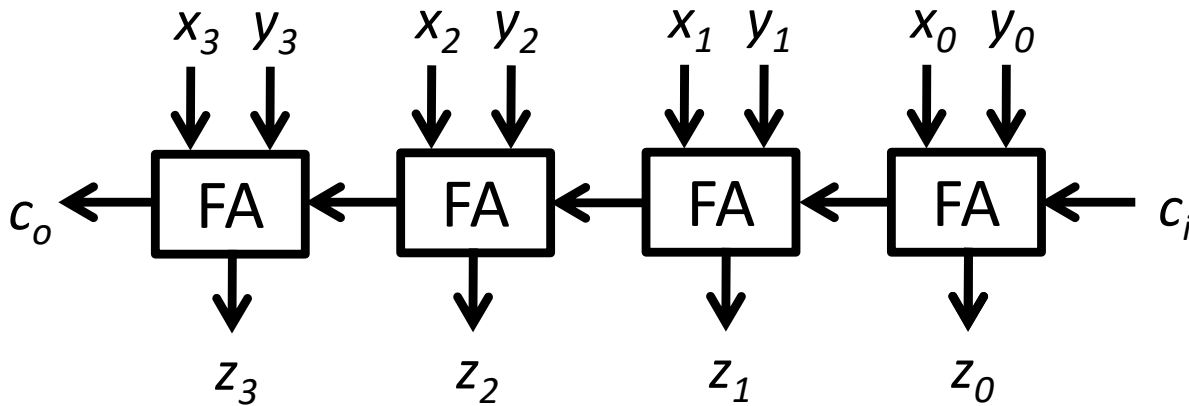
$$\underline{z} = (\underline{x} + \underline{y} + c_i) \bmod 2^n$$

$$c_o = \begin{cases} 1 & \text{si } (\underline{x} + \underline{y} + c_i) \geq 2^n \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

---



# Sumador



Implementación con propagación de acarreo

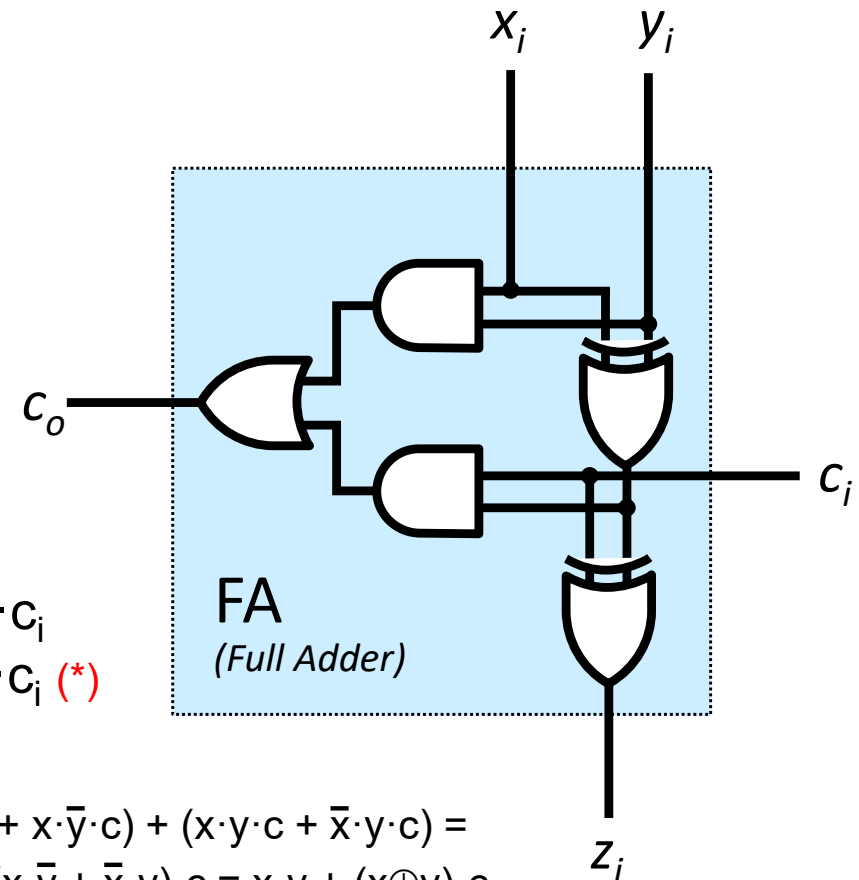
Sumador de 4 bits

$c_i$	$x_i$	$y_i$	$c_o$	$z_i$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

$$z_i = (x_i \oplus y_i) \oplus c_i$$

$$c_o = x_i \cdot y_i + x_i \cdot c_i + y_i \cdot c_i$$

$$= x_i \cdot y_i + (x_i \oplus y_i) \cdot c_i (*)$$

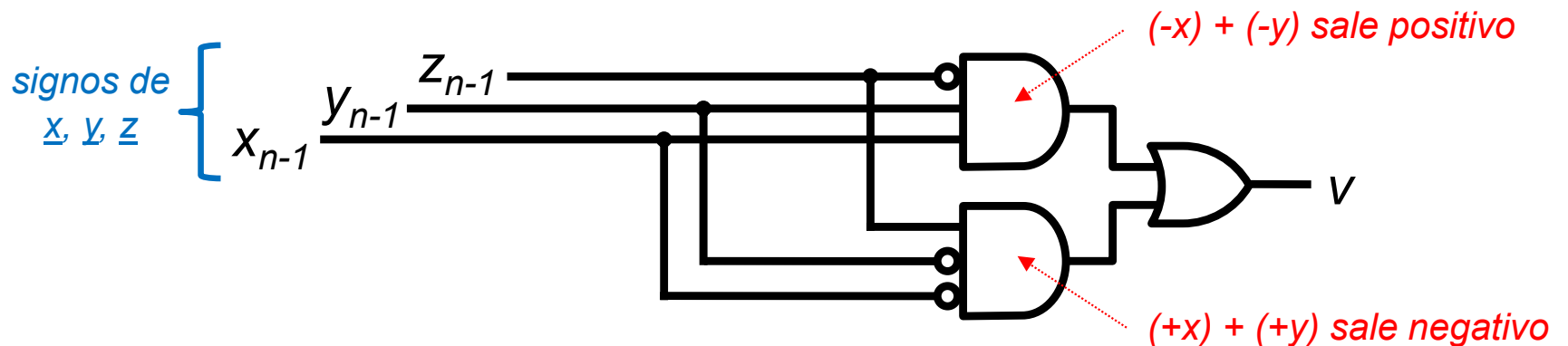


$$(*) x \cdot y + x \cdot c + y \cdot c = x \cdot y + (x \cdot y \cdot c + x \cdot \bar{y} \cdot c) + (x \cdot y \cdot c + \bar{x} \cdot y \cdot c) = x \cdot y + x \cdot \bar{y} \cdot c + \bar{x} \cdot y \cdot c = x \cdot y + (x \cdot \bar{y} + \bar{x} \cdot y) \cdot c = x \cdot y + (x \oplus y) \cdot c$$



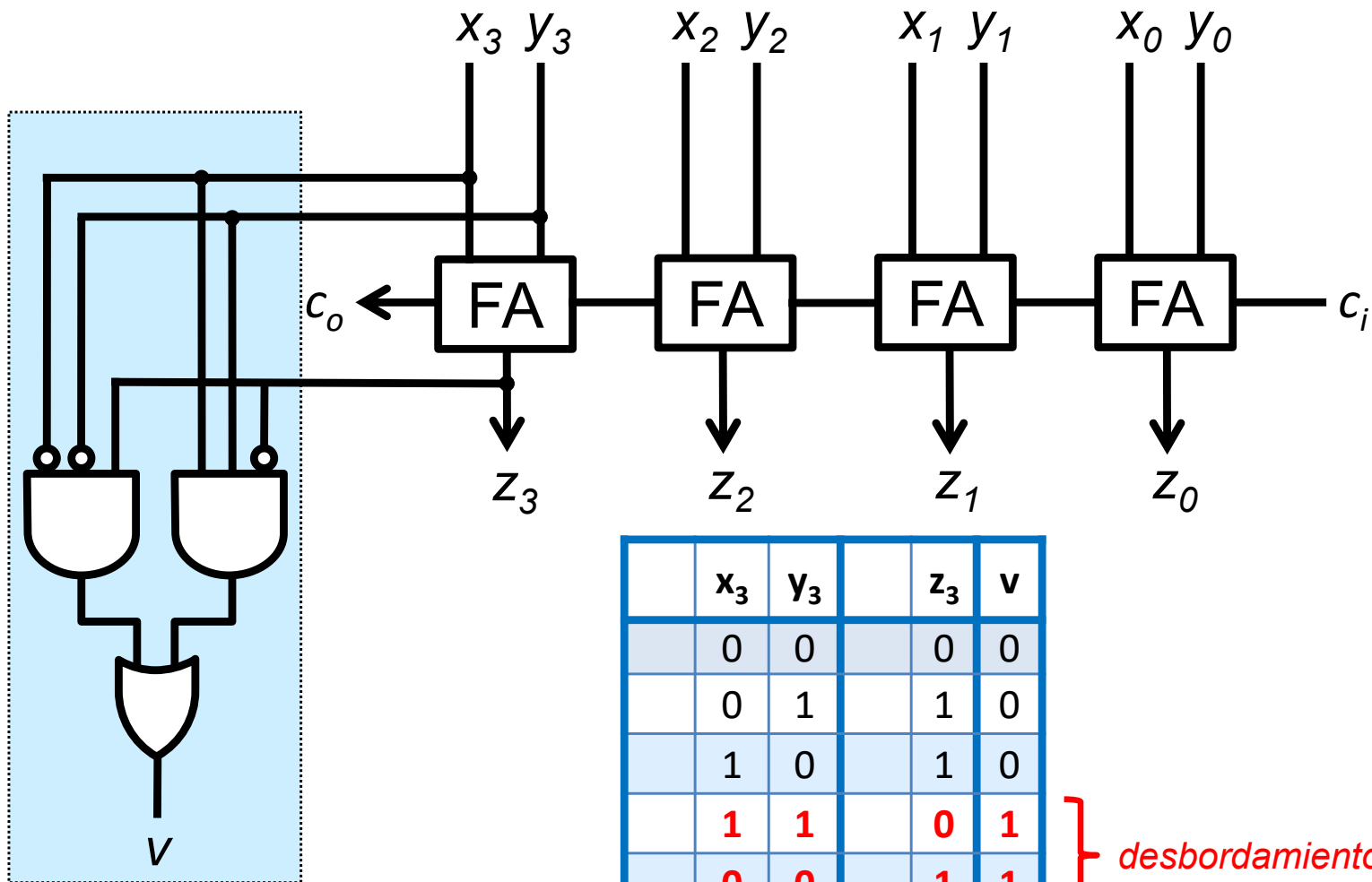
# Sumador

- El **sumador** permite sumar tanto 2 números codificados en binario puro como 2 números codificados en C2
  - El resultado será coherente con la codificación de las entradas.
- Si los **números son sin signo** (binario puro)
  - $c_0$  indica si se produce desbordamiento.
- Si los **números son con signo** (en C2)
  - El desbordamiento se detecta chequeando si el signo del resultado es coherente con el signo de los operandos.





# Sumador

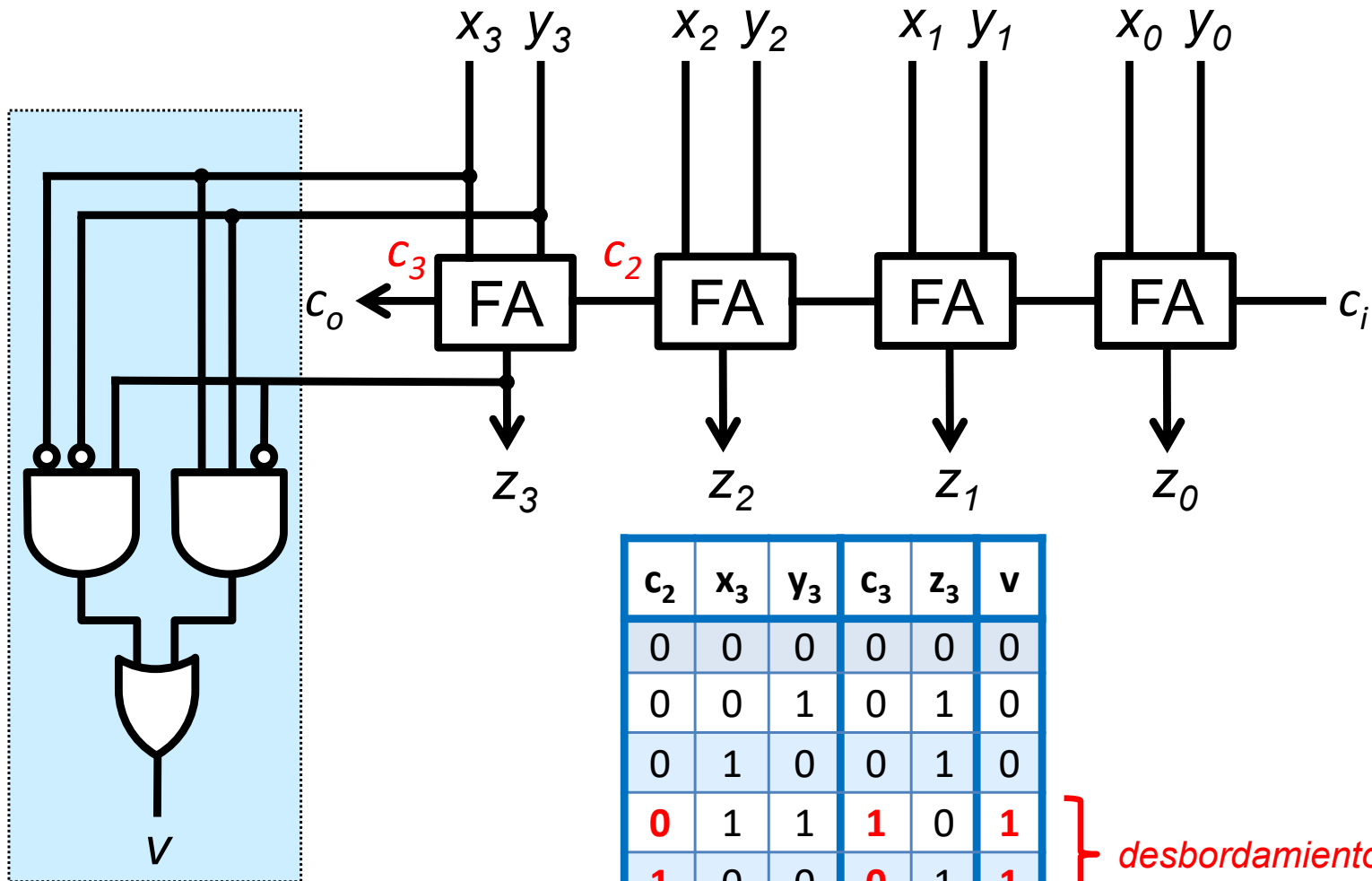


	$x_3$	$y_3$	$z_3$	$v$
	0	0	0	0
	0	1	1	0
	1	0	1	0
	1	1	0	1
	0	0	1	1
	0	1	0	0
	1	0	0	0
	1	1	1	0

} desbordamiento C2



# Sumador

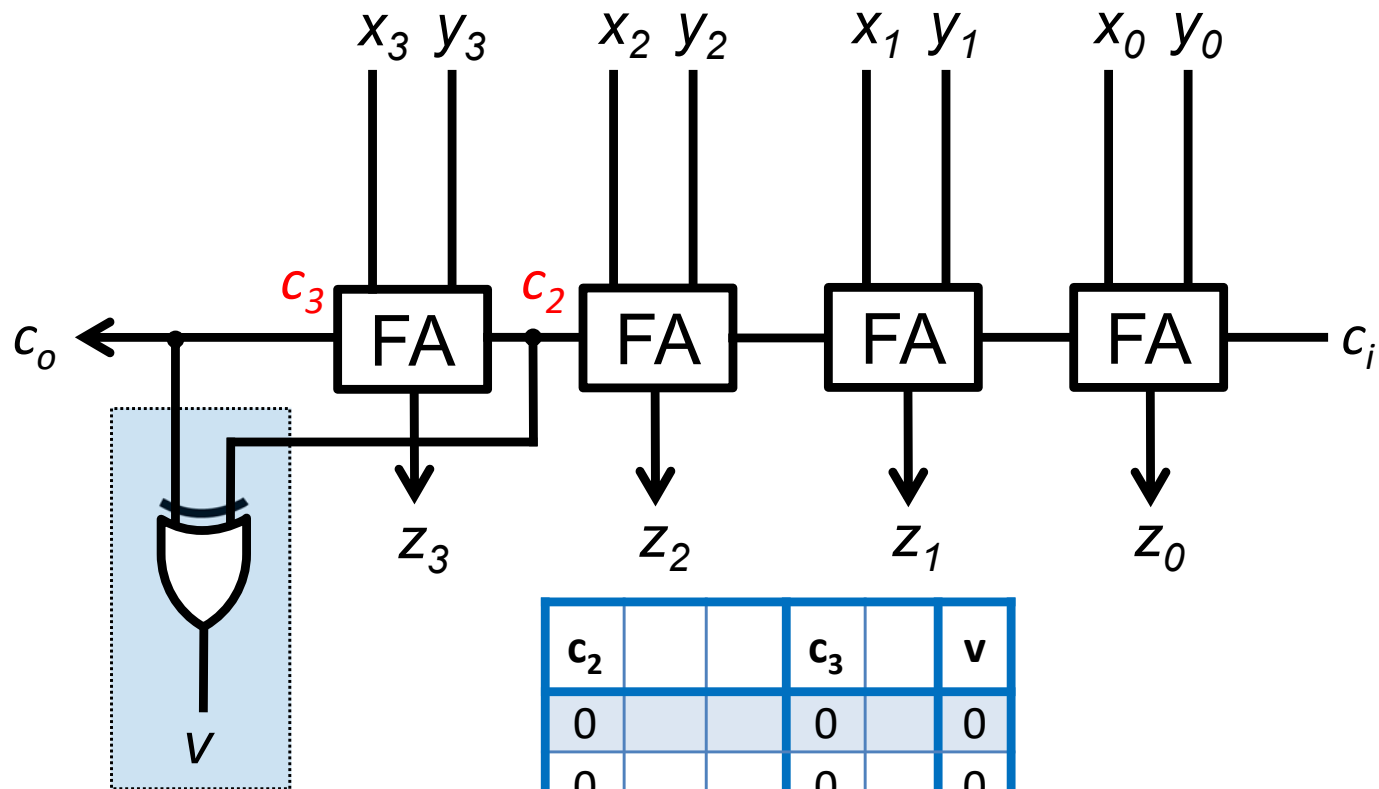


$c_2$	$x_3$	$y_3$	$c_3$	$z_3$	$v$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0

} desbordamiento C2



# Sumador



$c_2$			$c_3$		$v$
0			0		0
0			0		0
0			0		0
0			1		1
1			0		1
1			1		0
1			1		0
1			1		0

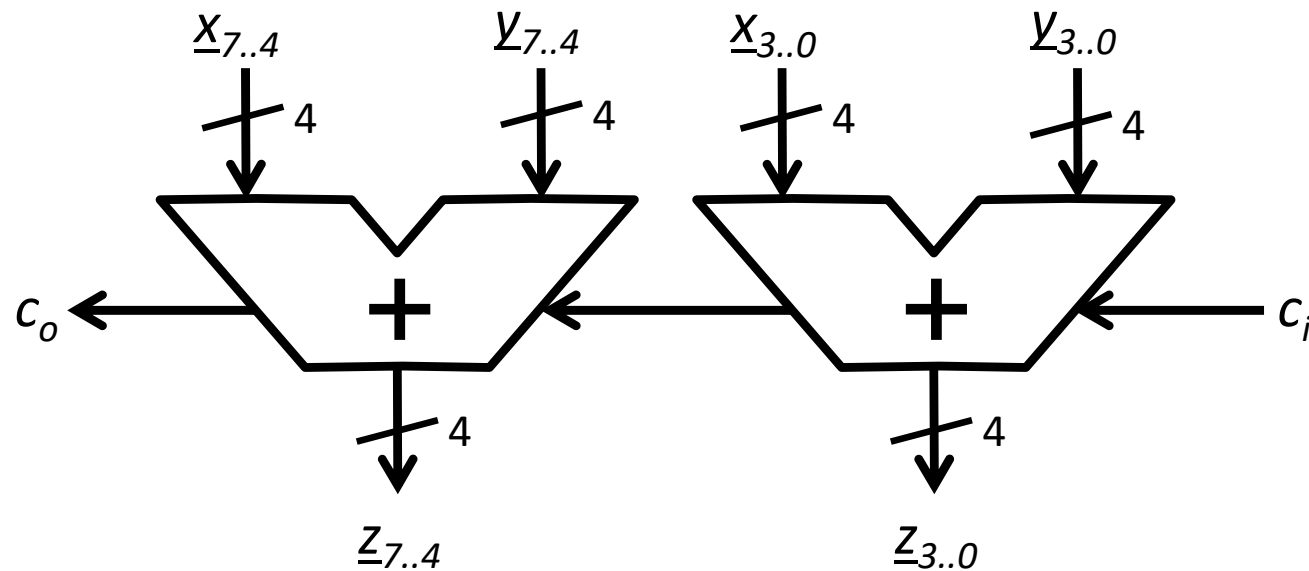
} desbordamiento C2





# Sumador

- Varios sumadores se pueden componer en serie para para comportarse como un sumador de **mayor anchura**.

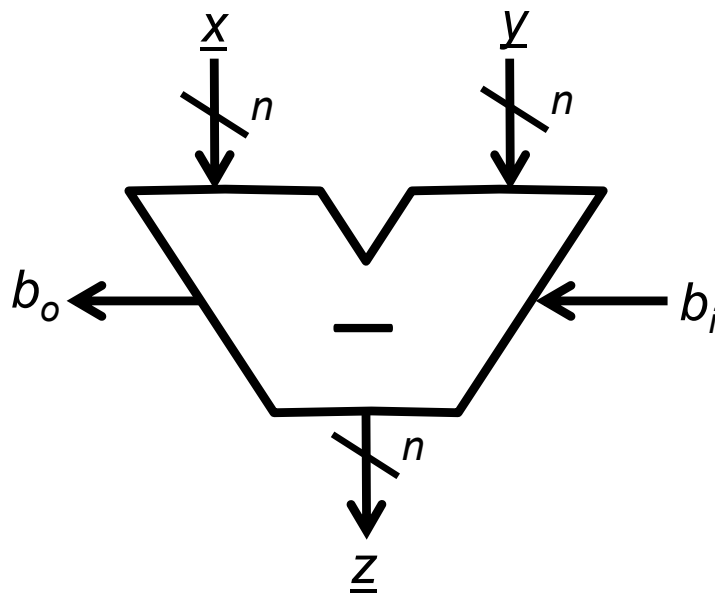


## Implementación serie

Sumador de 8 bits



# Restador



---

$\underline{x}, \underline{y}$  2 entradas de datos de n bits

$b_i$  1 entrada de acarreo (borrow)

$\underline{z}$  1 salida de datos de n bits

$b_o$  1 salida de acarreo (borrow)

---

realiza la resta binaria:  $\underline{x} - \underline{y} - b_i$

---

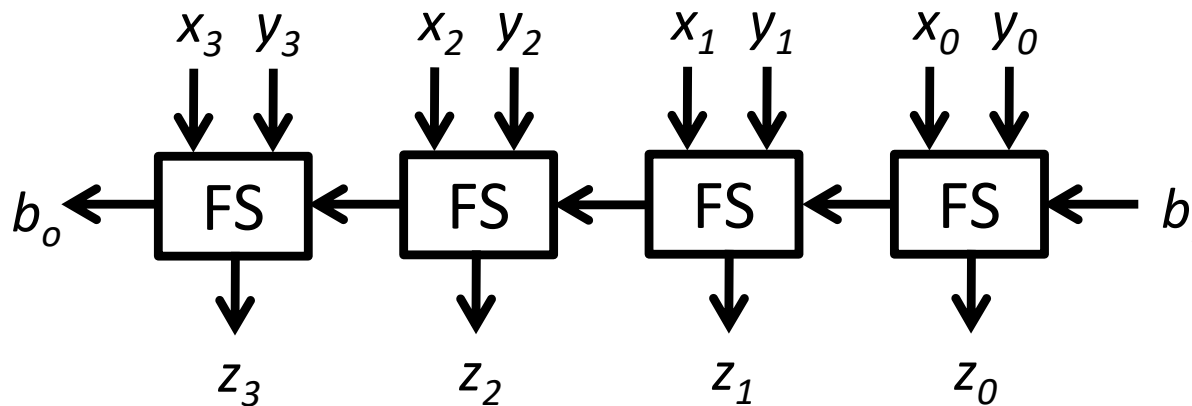
$$\underline{z} = (\underline{x} - \underline{y} - b_i) \bmod 2^n$$

$$b_o = \begin{cases} 1 & \text{si } (\underline{x} - \underline{y} - b_i) < 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

---



# Restador



Implementación con propagación de acarrees

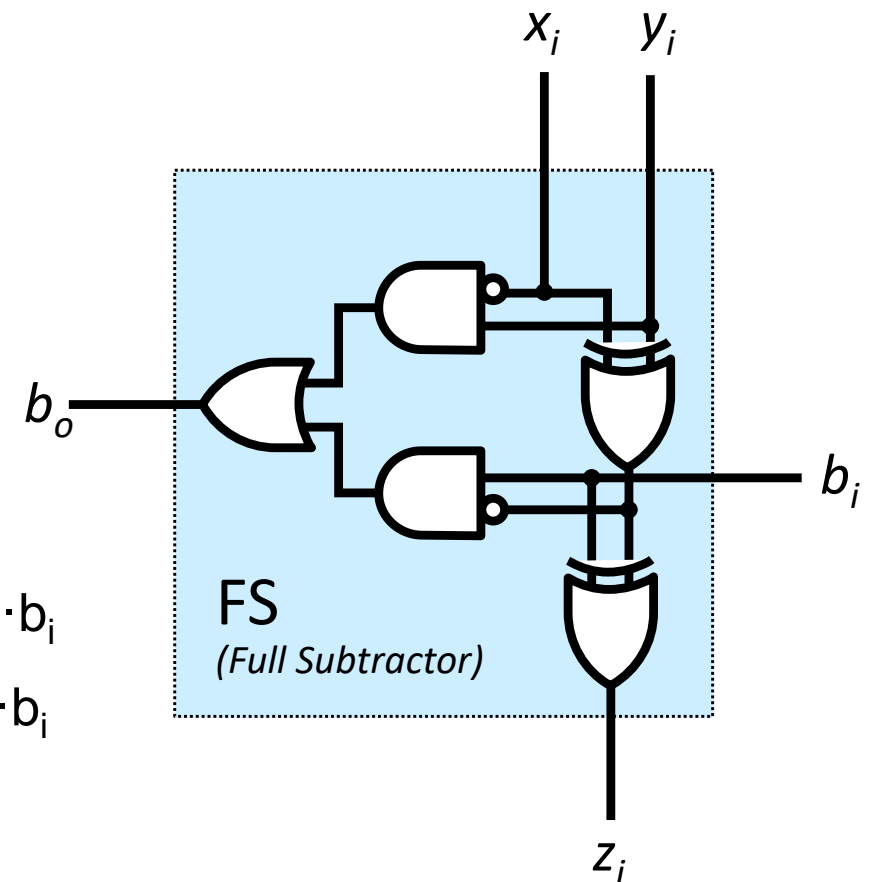
Restador de 4 bits

$b_i$	$x_i$	$y_i$	$b_o$	$z_i$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

$$z_i = (x_i \oplus y_i) \oplus b_i$$

$$b_o = \bar{x}_i \cdot y_i + \bar{x}_i \cdot b_i + y_i \cdot b_i$$

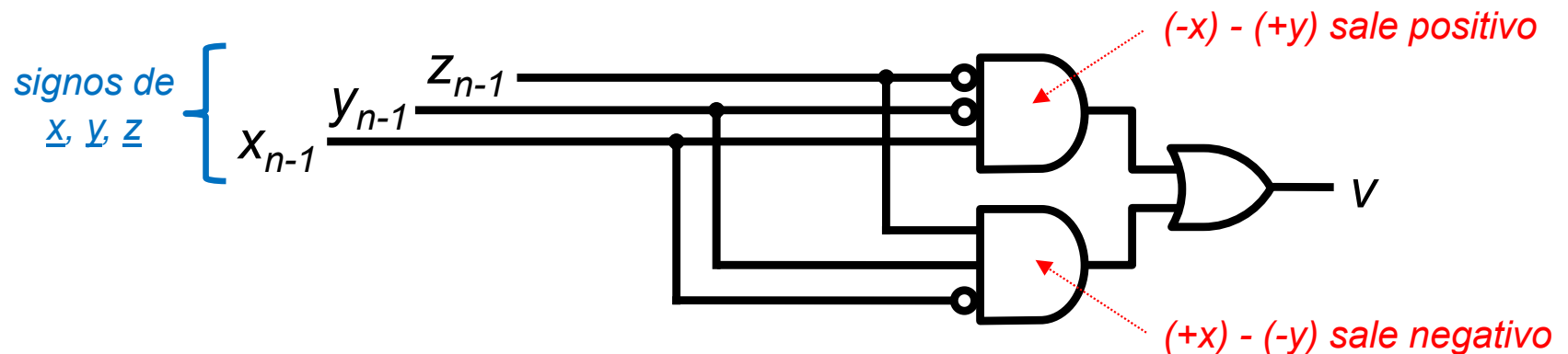
$$= \bar{x}_i \cdot y_i + \overline{(x_i \oplus y_i)} \cdot b_i$$





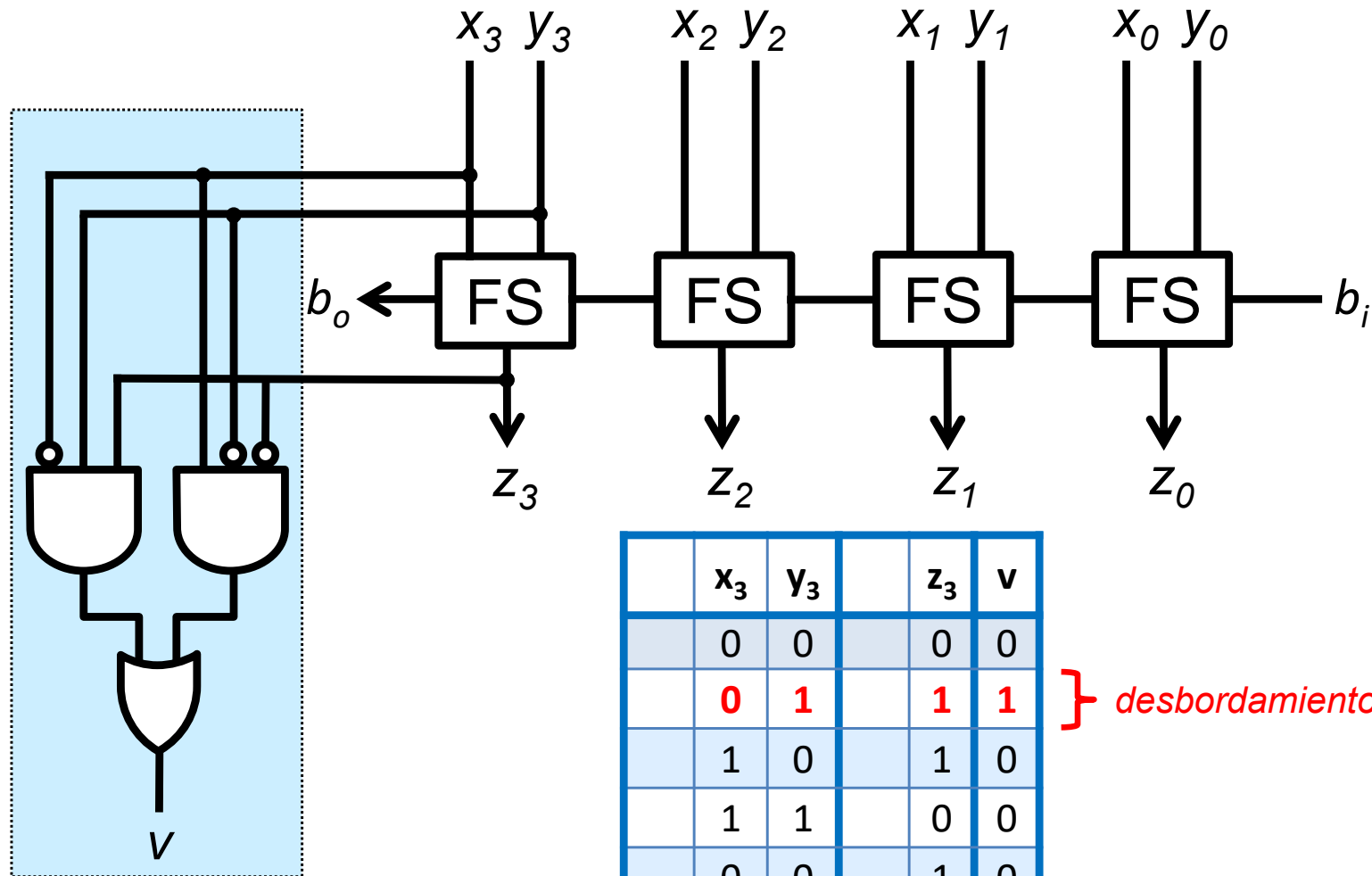
# Restador

- El **restador** permite restar tanto 2 números codificados en binario puro como 2 números codificados en C2
  - El resultado será coherente con la codificación de las entradas.
- Si los **números son sin signo** (binario puro)
  - $b_0$  indica si se produce desbordamiento.
- Si los **números son con signo** (en C2)
  - El desbordamiento se detecta chequeando si el signo del resultado es coherente con el signo de los operandos.





# Restador



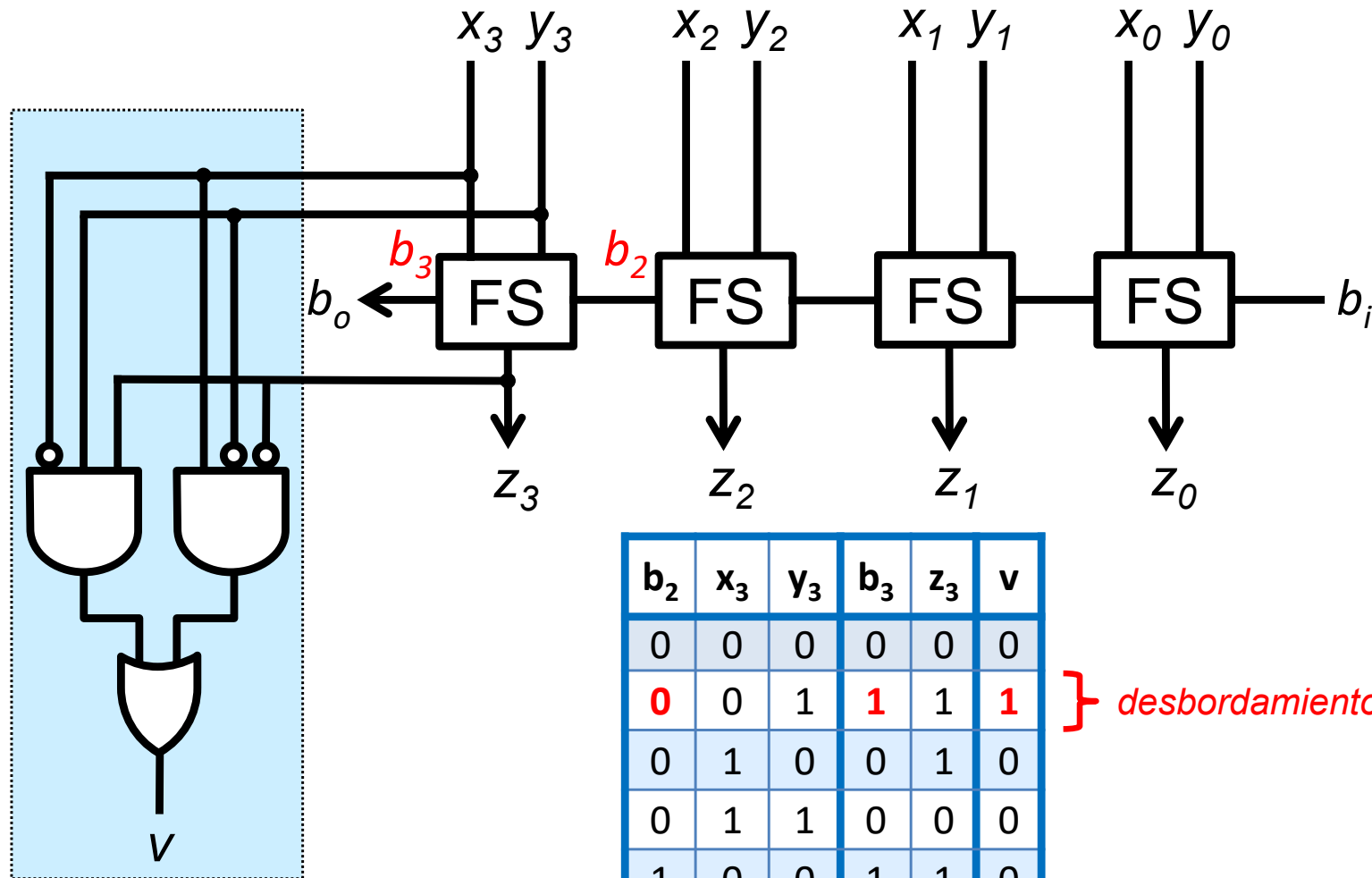
	$x_3$	$y_3$	$z_3$	$v$
	0	0	0	0
	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	1	0	1	0
	1	1	0	0
	0	0	1	0
	0	1	0	0
	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
	1	1	1	0

} desbordamiento C2

} desbordamiento C2



# Restador



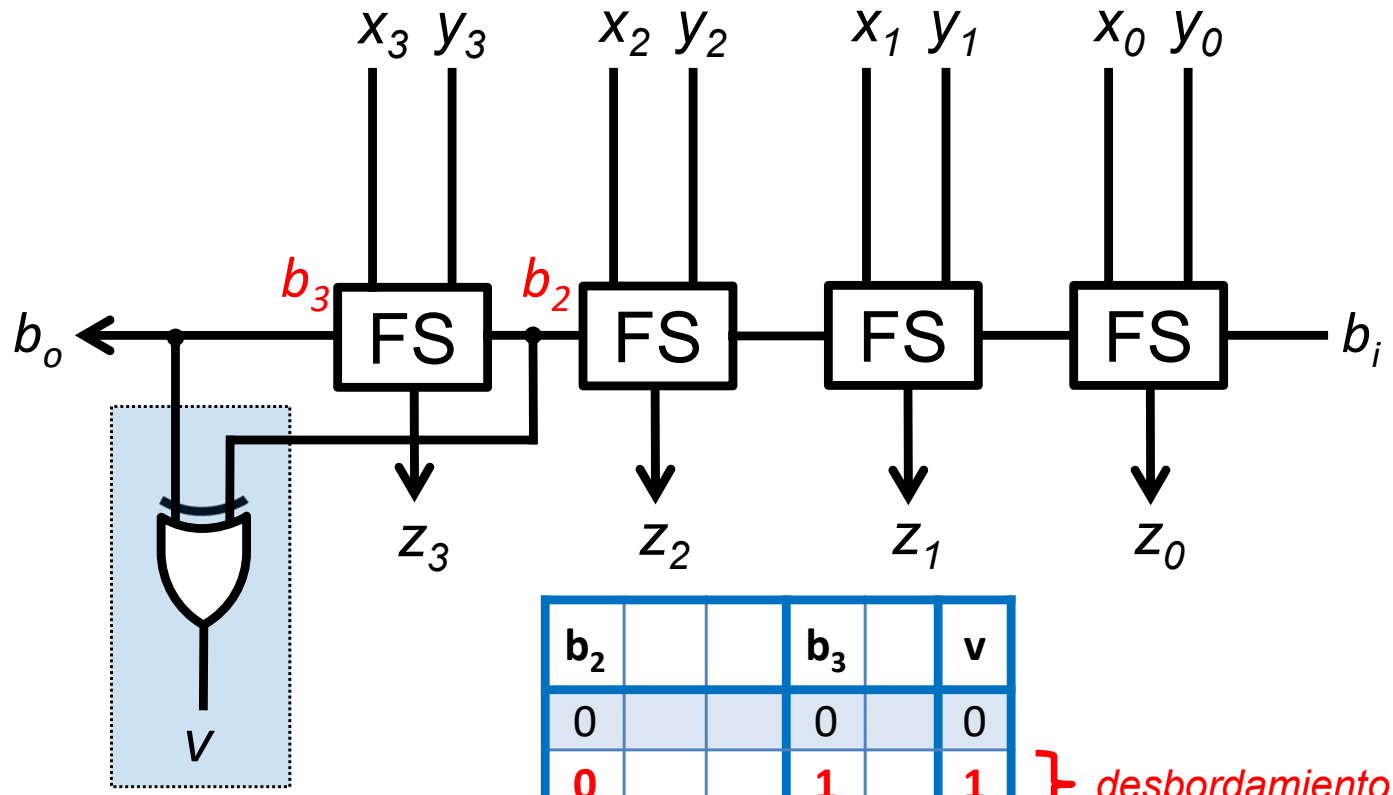
$b_2$	$x_3$	$y_3$	$b_3$	$z_3$	$v$
0	0	0	0	0	0
<b>0</b>	0	1	<b>1</b>	1	<b>1</b>
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0
<b>1</b>	1	0	<b>0</b>	0	<b>1</b>
1	1	1	1	1	0

} desbordamiento C2

} desbordamiento C2



# Restador



$b_2$		$b_3$	$v$
0		0	0
<b>0</b>		<b>1</b>	<b>1</b>
0		0	0
0		0	0
1		1	0
1		1	0
<b>1</b>		<b>0</b>	<b>1</b>
1		1	0

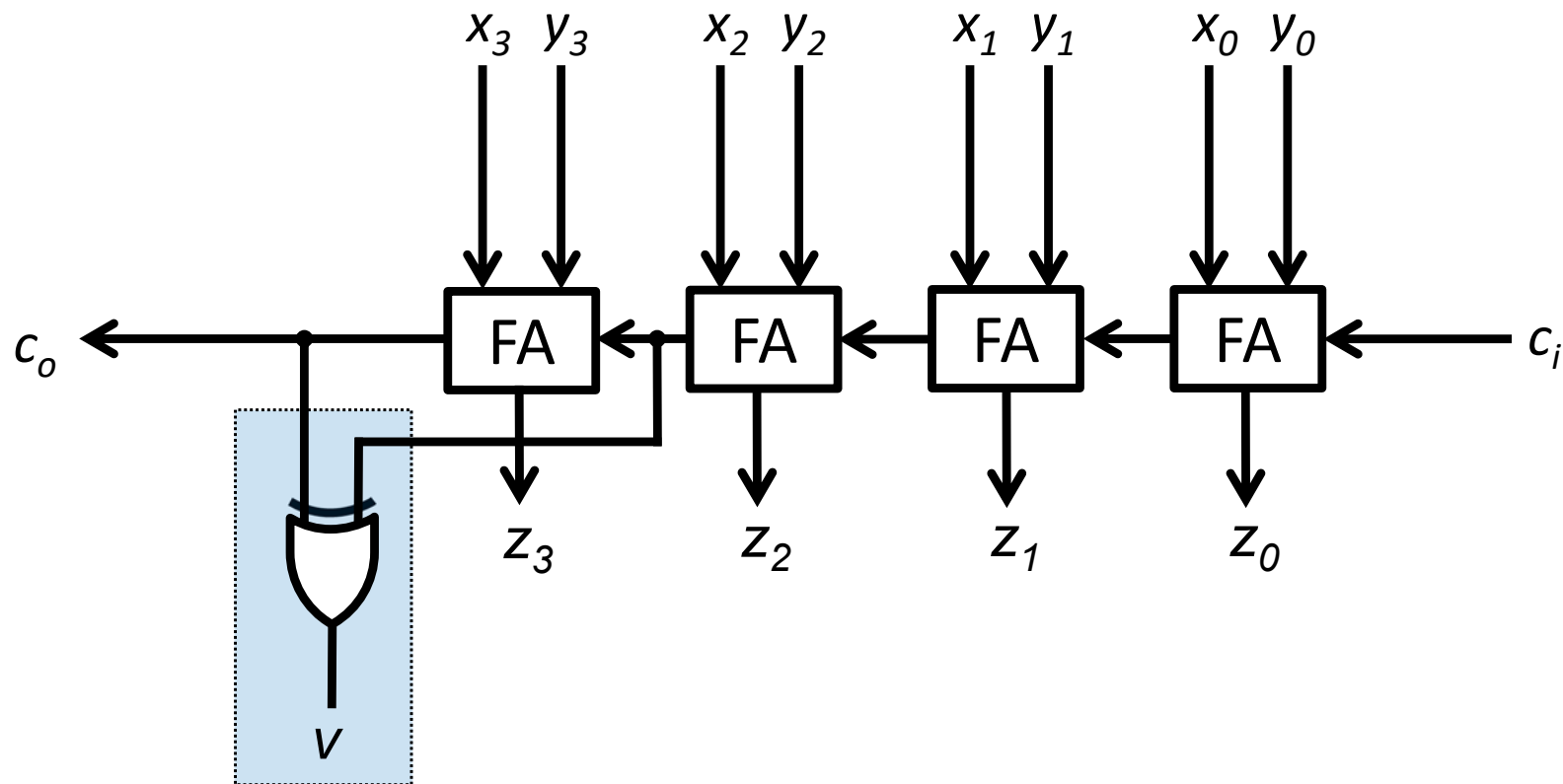
} desbordamiento C2

} desbordamiento C2



# Restador

- Un **restador** también puede diseñarse usando un **sumador**



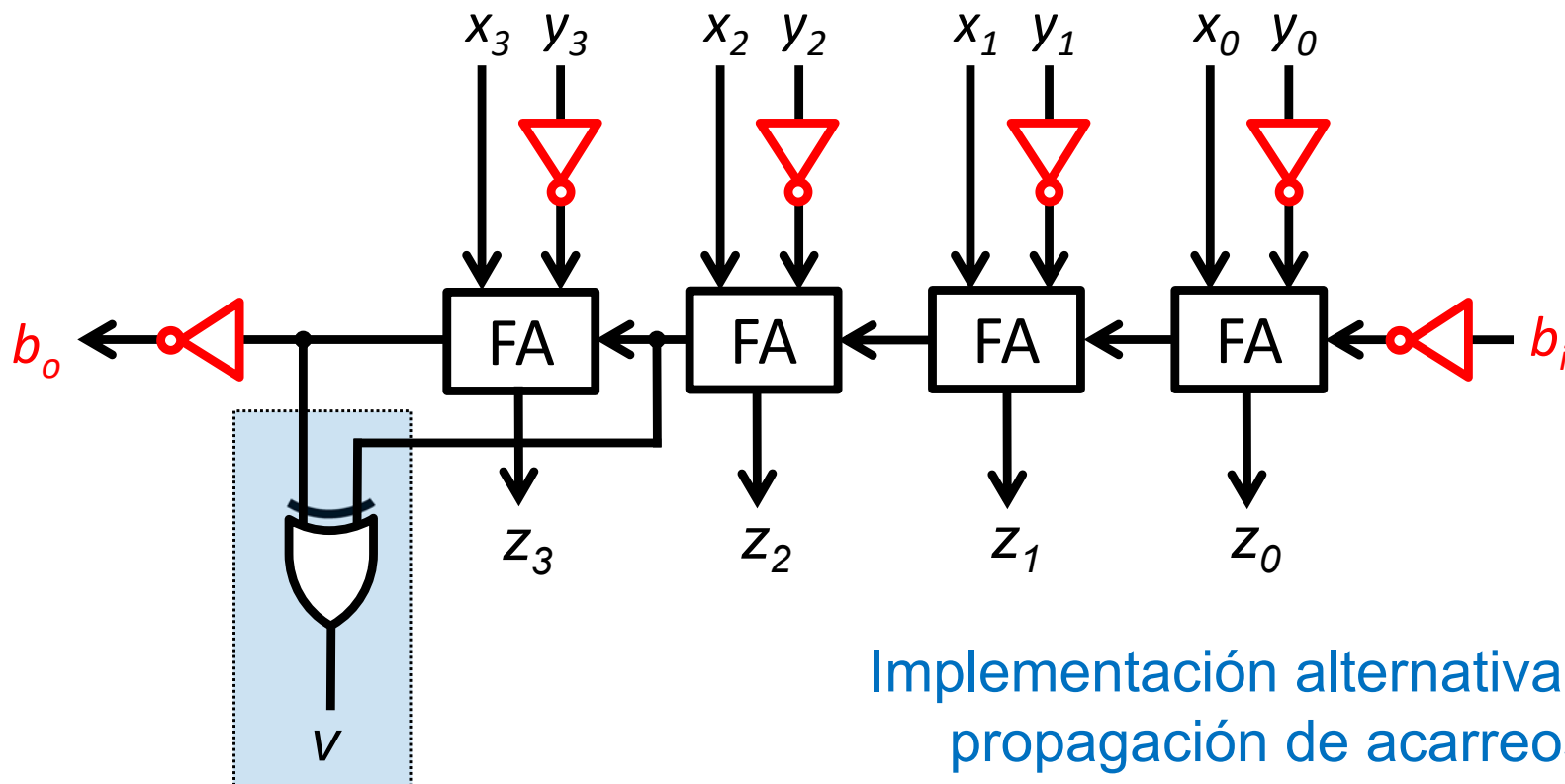




# Restador

- Un restador también puede diseñarse usando un sumador

$$\underline{z} = \underline{x} - \underline{y} - b_i = \underline{x} + (-\underline{y}) - b_i = c_2 \underline{x} + C2(\underline{y}) - b_i = \underline{x} + C1(\underline{y}) + 1 - b_i = \underline{x} + \overline{\underline{y}} + \overline{b_i}$$



Implementación alternativa con propagación de acarrees

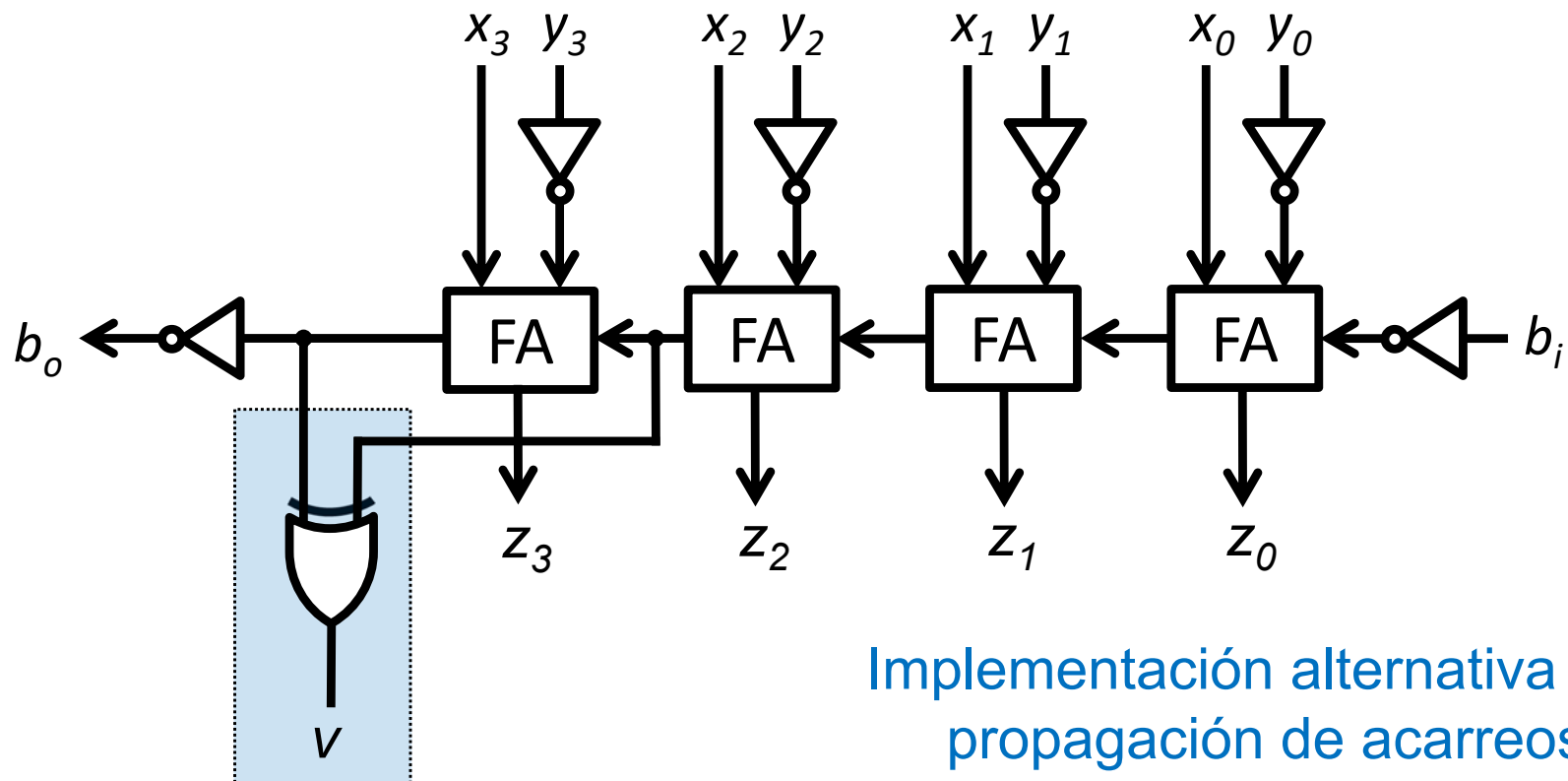
Restador de 4 bits



# Restador

- Un **restador** también puede diseñarse usando un **sumador**

$$\underline{z} = \underline{x} - \underline{y} - b_i = \underline{x} + (-\underline{y}) - b_i = c_2 \underline{x} + C2(\underline{y}) - b_i = \underline{x} + C1(\underline{y}) + 1 - b_i = \underline{x} + \overline{\underline{y}} + \overline{b_i}$$



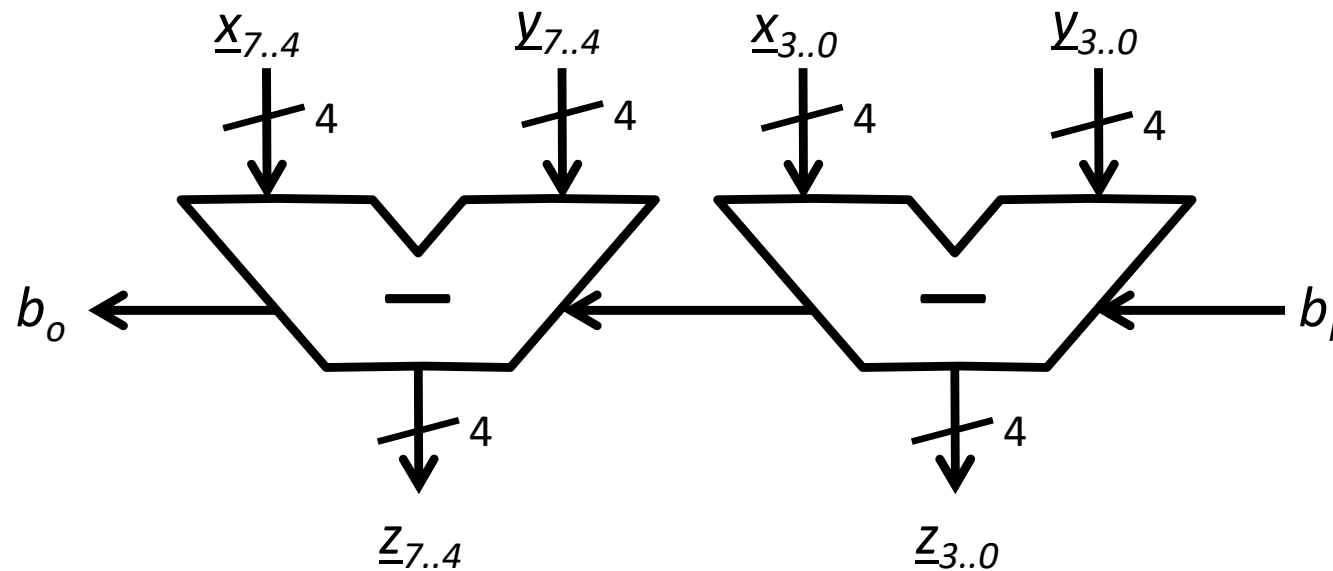
Implementación alternativa con propagación de acarreo

Restador de 4 bits



# Restador

- Varios restadores se pueden componer en serie para para comportarse como un restador de **mayor anchura**.

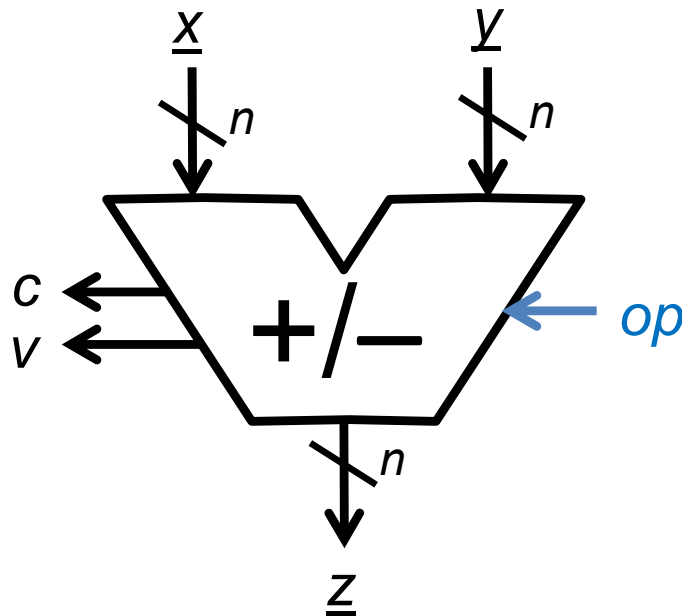


## Implementación serie

Restador de 8 bits



# Sumador/restador



- a, b 2 entradas de datos de n bits
- op 1 entrada de selección de operación
- z 1 salida de datos de n bits
- c 1 salida de acarreo (carry)
- v 1 salida de overflow (opcional)

*realiza la suma/resta de  $\underline{x}$  e  $\underline{y}$*

$$\underline{z} = (\underline{x} + \underline{y}) \bmod 2^n \quad \text{op} = 0$$

$$c = \begin{cases} 1 & \text{si } (\underline{x} + \underline{y}) \geq 2^n \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$v = \begin{cases} 1 & \text{si } [x_{n-1}=y_{n-1}=0 \text{ y } z_{n-1}=1] \text{ ó } \\ & [x_{n-1}=y_{n-1}=1 \text{ y } z_{n-1}=0] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$\underline{z} = (\underline{x} - \underline{y}) \bmod 2^n \quad \text{op} = 1$$

$$c = \begin{cases} 0 & \text{si } (\underline{x} - \underline{y}) < 0 \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$v = \begin{cases} 1 & \text{si } [z_{n-1}=y_{n-1}=0 \text{ y } x_{n-1}=1] \text{ ó } \\ & [z_{n-1}=y_{n-1}=1 \text{ y } x_{n-1}=0] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$



# Sumador/restador

si  $op=0$      $\underline{z} = \underline{x} + \underline{y} = \underline{x} + \underline{y} + 0$



# Sumador/restador

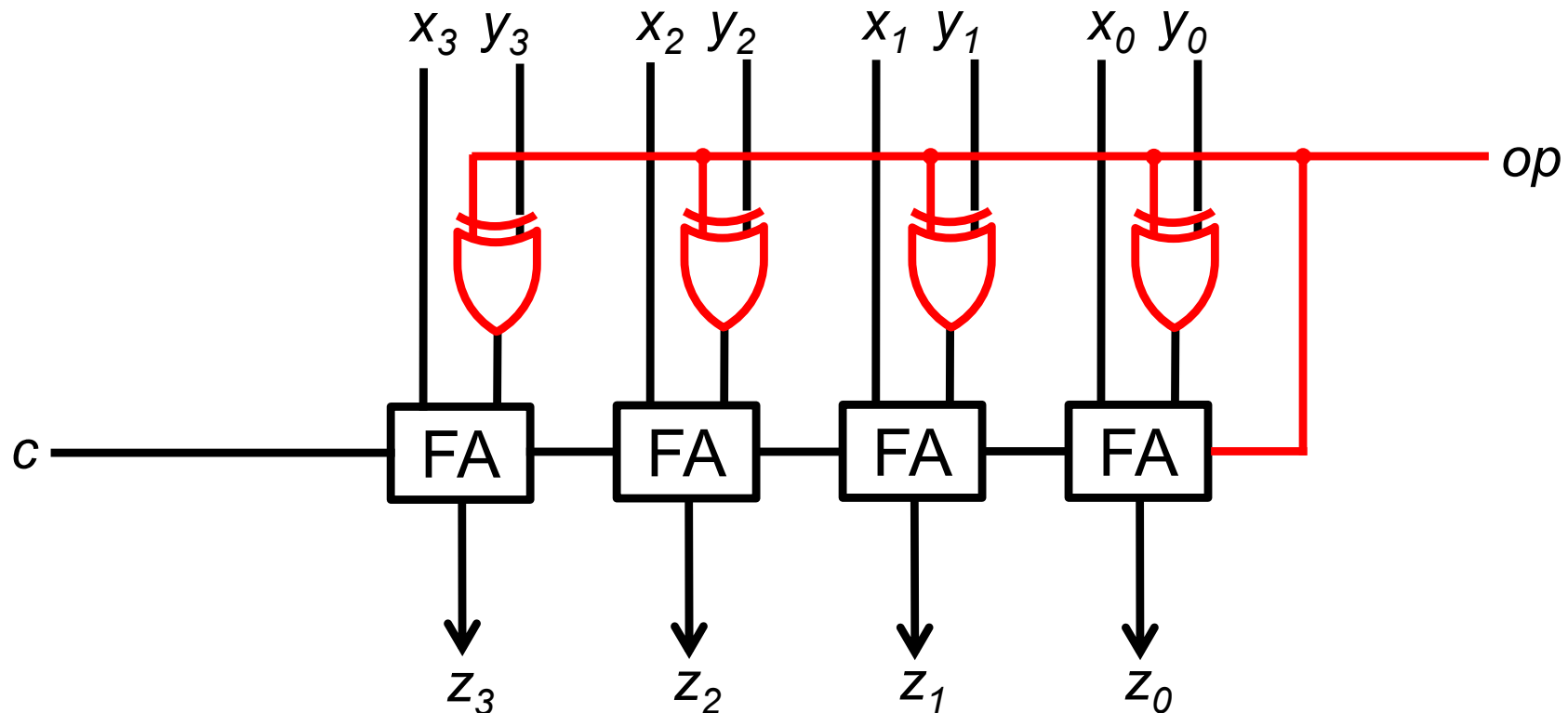
si  $op=0$      $\underline{z} = \underline{x} + \underline{y} = \underline{x} + \underline{y} + 0$

si  $op=1$      $\underline{z} = \underline{x} - \underline{y} = \underline{x} + (-\underline{y}) =_{C2}$   
 $=_{C2} \underline{x} + C2(\underline{y}) = \underline{x} + C1(\underline{y}) + 1 = \underline{x} + \overline{\underline{y}} + 1$



# Sumador/restador

$$\left. \begin{array}{l} \text{si } op=0 \quad \underline{z} = \underline{x} + \underline{y} = \underline{x} + \underline{y} + 0 \\ \text{si } op=1 \quad \underline{z} = \underline{x} - \underline{y} = \underline{x} + (-\underline{y}) =_{C2} \\ \quad \quad \quad =_{C2} \underline{x} + C2(\underline{y}) = \underline{x} + C1(\underline{y}) + 1 = \underline{x} + \overline{\underline{y}} + 1 \end{array} \right\} \underline{z} = \underline{x} + (\underline{y} \oplus op) + op$$

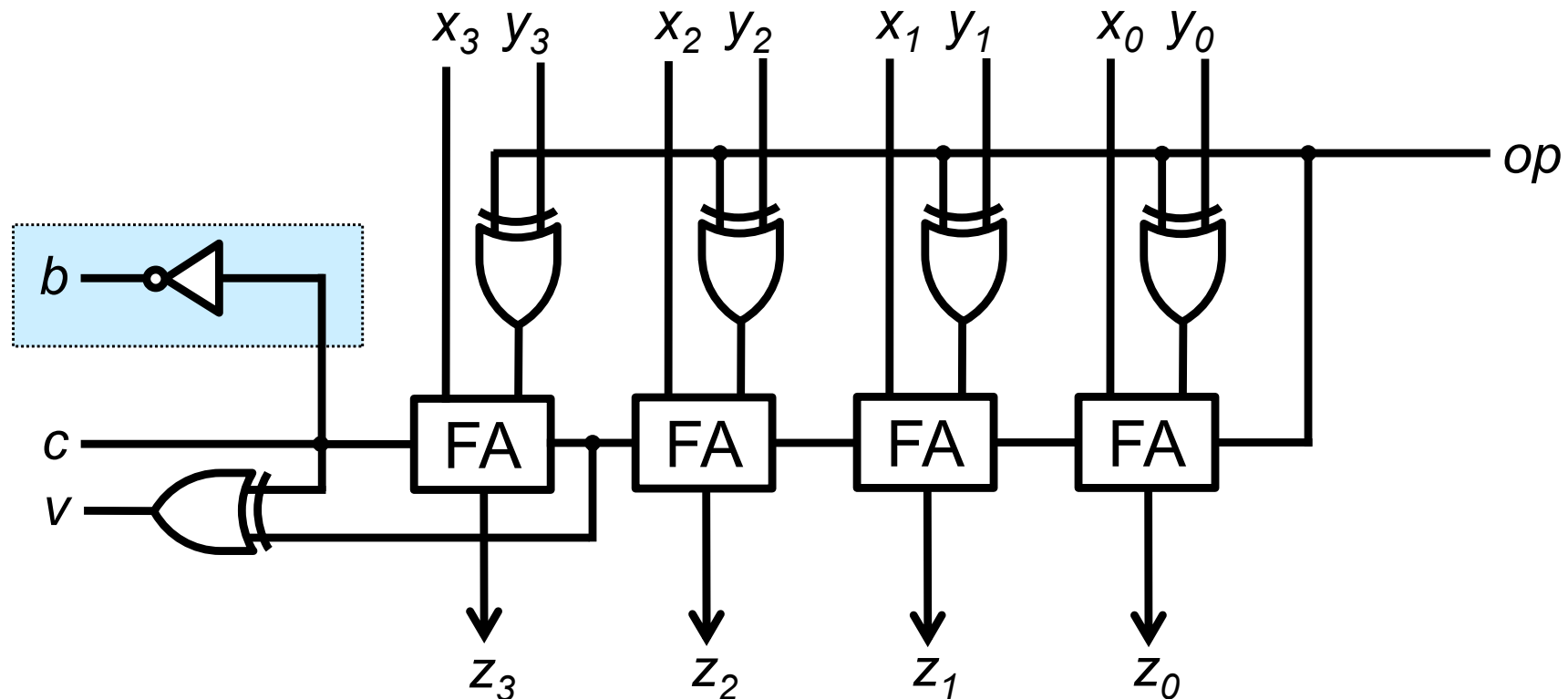




# Sumador/restador

Implementación con propagación de acarreos

Sumador/restador de 4 bits







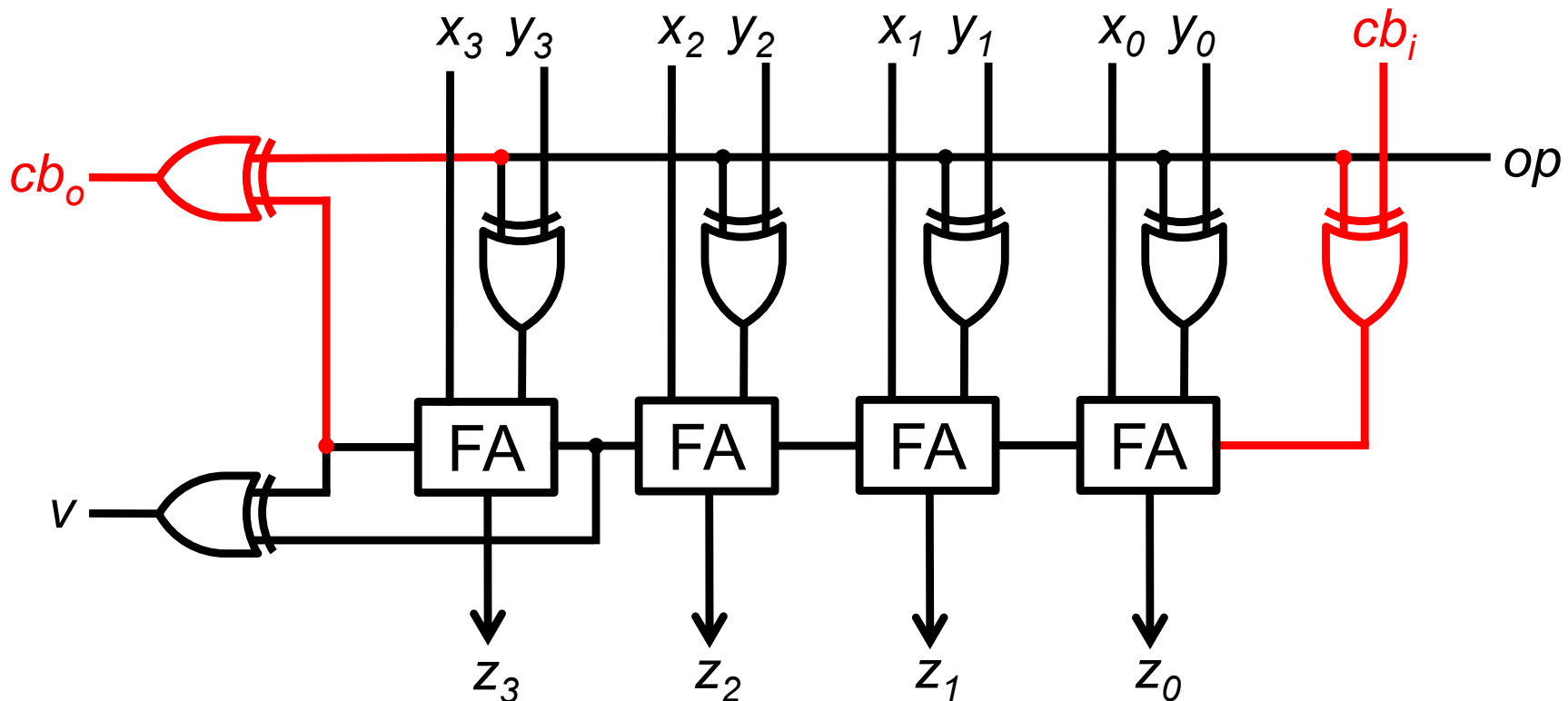
# Sumador/restador

- Pueden añadirse puertos comunes para carry/borrow

si  $op=0$   $\underline{z} = \underline{x} + \underline{y} + cb_i$

si  $op=1$   $\underline{z} = \underline{x} - \underline{y} - cb_i = \underline{x} + (-\underline{y}) - cb_i =_{c_2} \underline{x} + C2(\underline{y}) - cb_i = \underline{x} + C1(\underline{y}) + 1 - cb_i$   
 $= \underline{x} + \underline{y} + 1 - cb_i = \underline{x} + \overline{\underline{y}} + \overline{cb_i}$

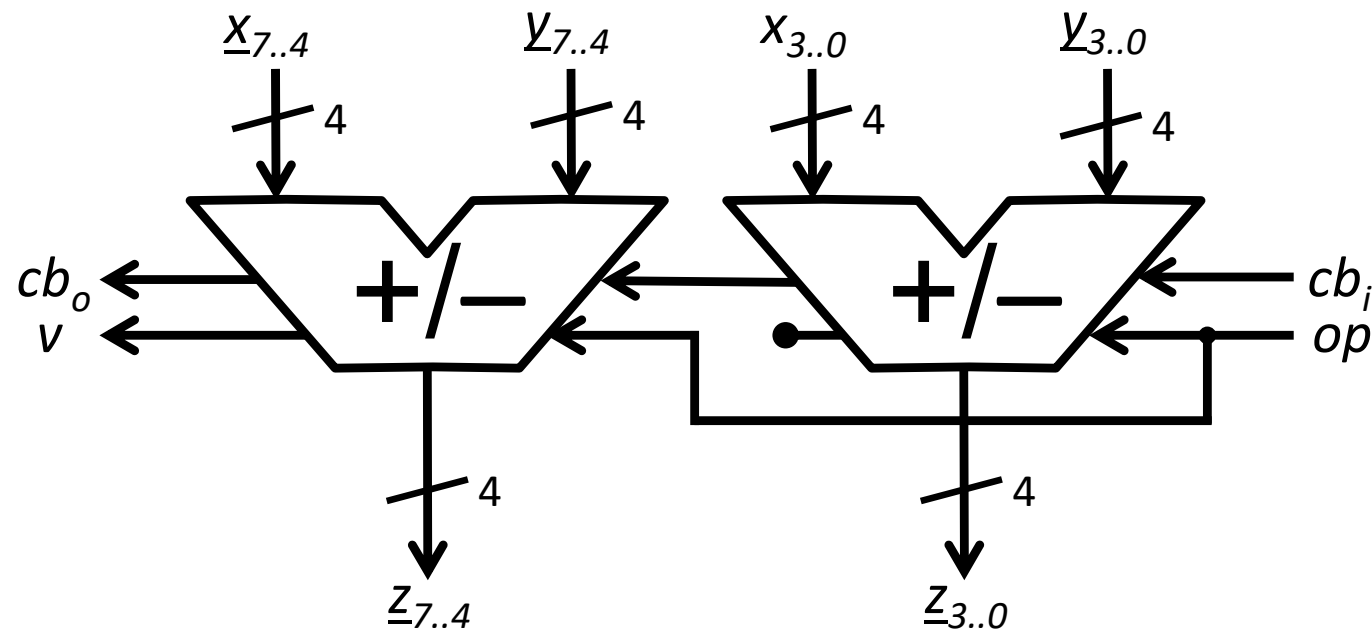
$\underline{z} = \underline{x} + (\underline{y} \oplus op) + (cb_i \oplus op)$





# Sumador/restador

- Varios sumadores/restadores se pueden componer en serie para para comportarse como un sumador/restador de **mayor anchura**.

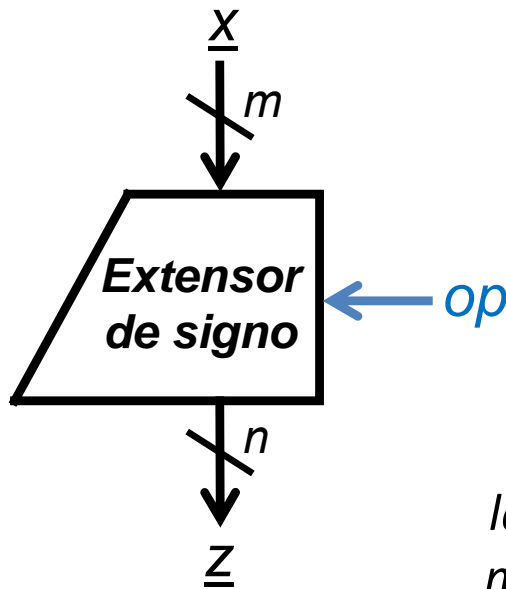


## Implementación serie

Sumador/restador de 8 bits



# Extensor de signo



- 
- $\underline{x}$  1 entrada de datos de m bits
  - $op$  1 entrada de selección de operación
  - $\underline{z}$  1 salida de datos n bits
- 

*la salida representa en la misma codificación pero con mayor número de bits el número que está a la entrada*

---


$$\underline{z} = \begin{cases} zExt(\underline{x}) \equiv (0\dots 0) \& \underline{x} & \text{si } \underline{op} = 0 & \text{aplica si } \underline{x} \text{ codifica un número sin signo} \\ sExt(\underline{x}) \equiv (x_{m-1}\dots x_{m-1}) \& \underline{x} & \text{si } \underline{op} = 1 & \text{aplica si } \underline{x} \text{ codifica un número con signo en C2} \end{cases}$$


---

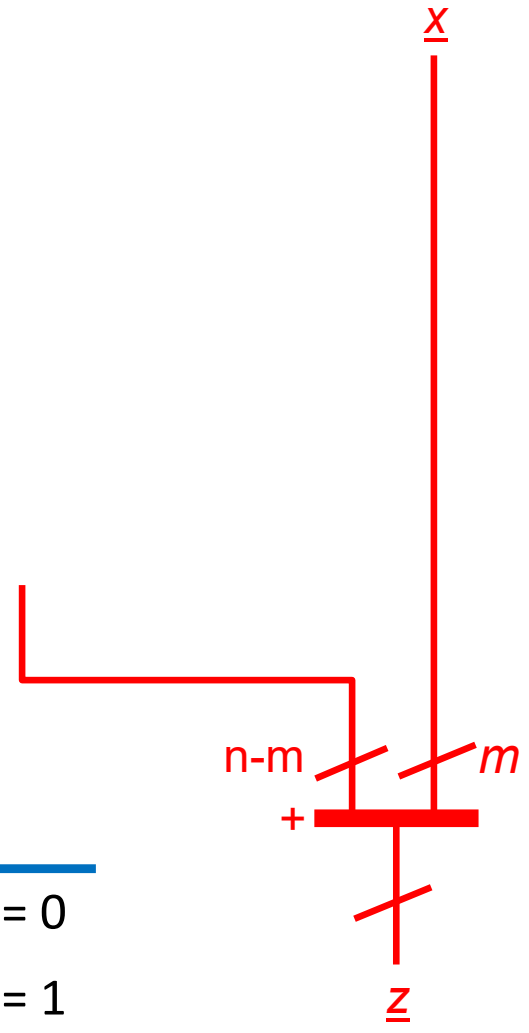


# Extensor de signo

---

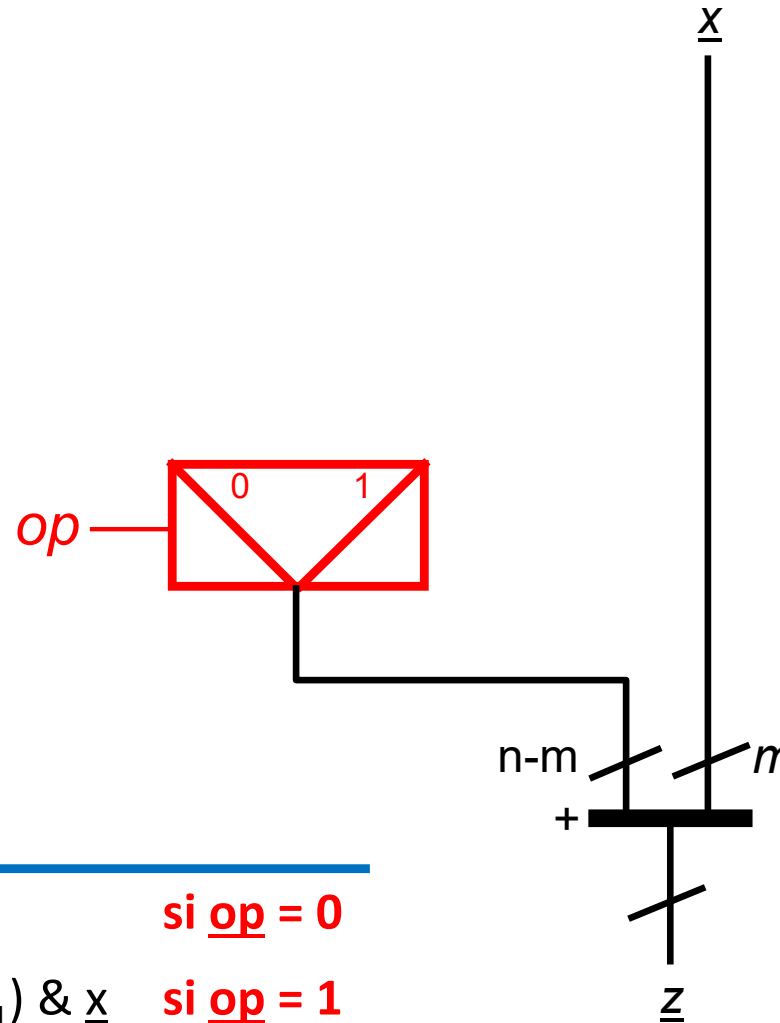
$$\underline{z} = \begin{array}{ll} \text{zExt}(\underline{x}) \equiv (0\dots 0) \ \& \ \underline{x} & \text{si } \underline{op} = 0 \\ \text{sExt}(\underline{x}) \equiv (x_{m-1}\dots x_{m-1}) \ \& \ \underline{x} & \text{si } \underline{op} = 1 \end{array}$$

---





# Extensor de signo



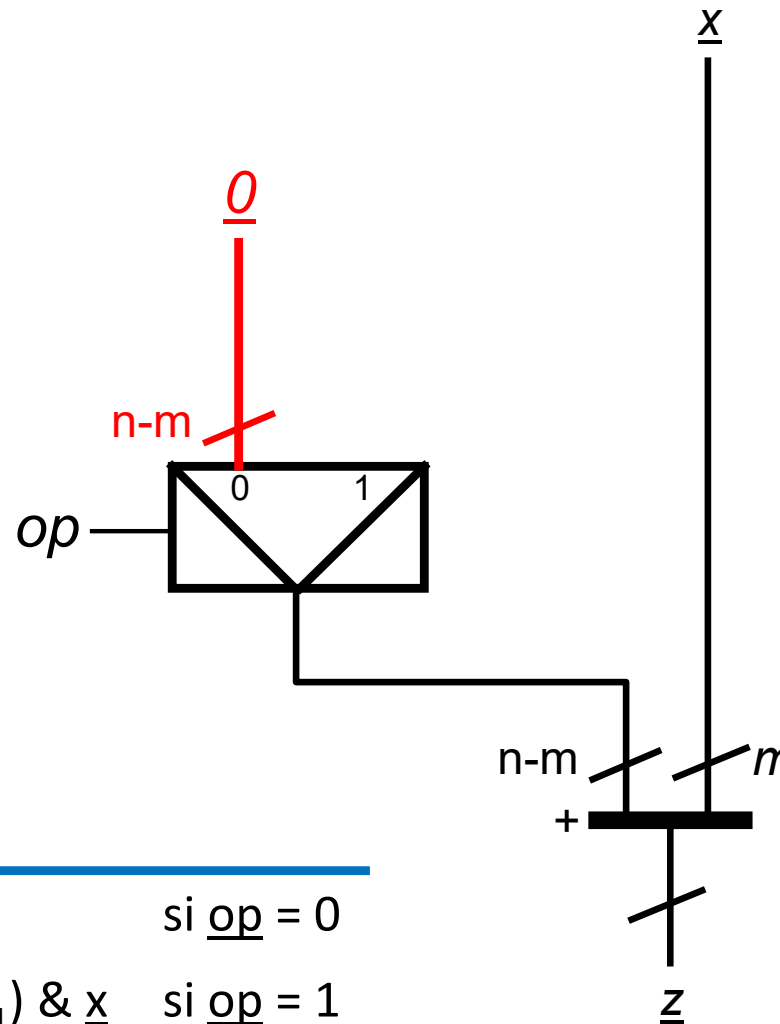
---

$$\underline{z} = \begin{array}{ll} zExt(\underline{x}) \equiv (0\dots 0) \& \underline{x} & \text{si } \underline{op} = 0 \\ sExt(\underline{x}) \equiv (x_{m-1}\dots x_{m-1}) \& \underline{x} & \text{si } \underline{op} = 1 \end{array}$$

---



# Extensor de signo



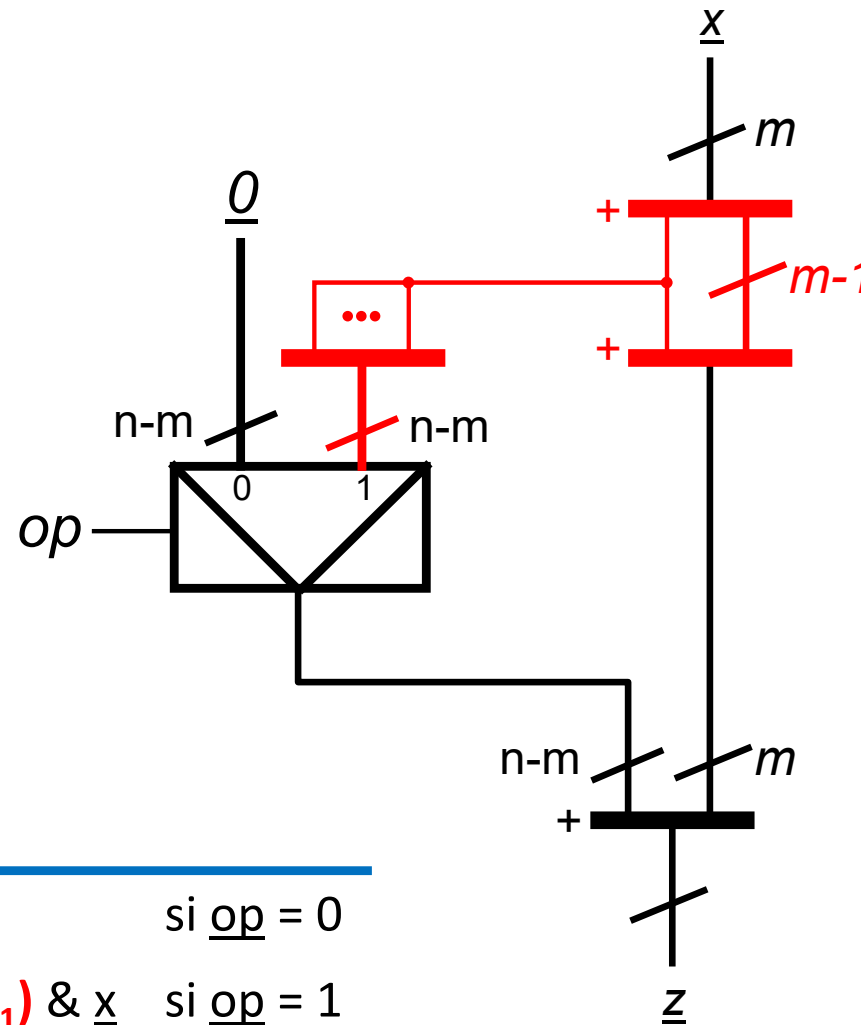
---

$$\underline{z} = \begin{array}{ll} z\text{Ext}(\underline{x}) \equiv (0\dots 0) \& \underline{x} & \text{si } \underline{op} = 0 \\ s\text{Ext}(\underline{x}) \equiv (x_{m-1}\dots x_{m-1}) \& \underline{x} & \text{si } \underline{op} = 1 \end{array}$$

---



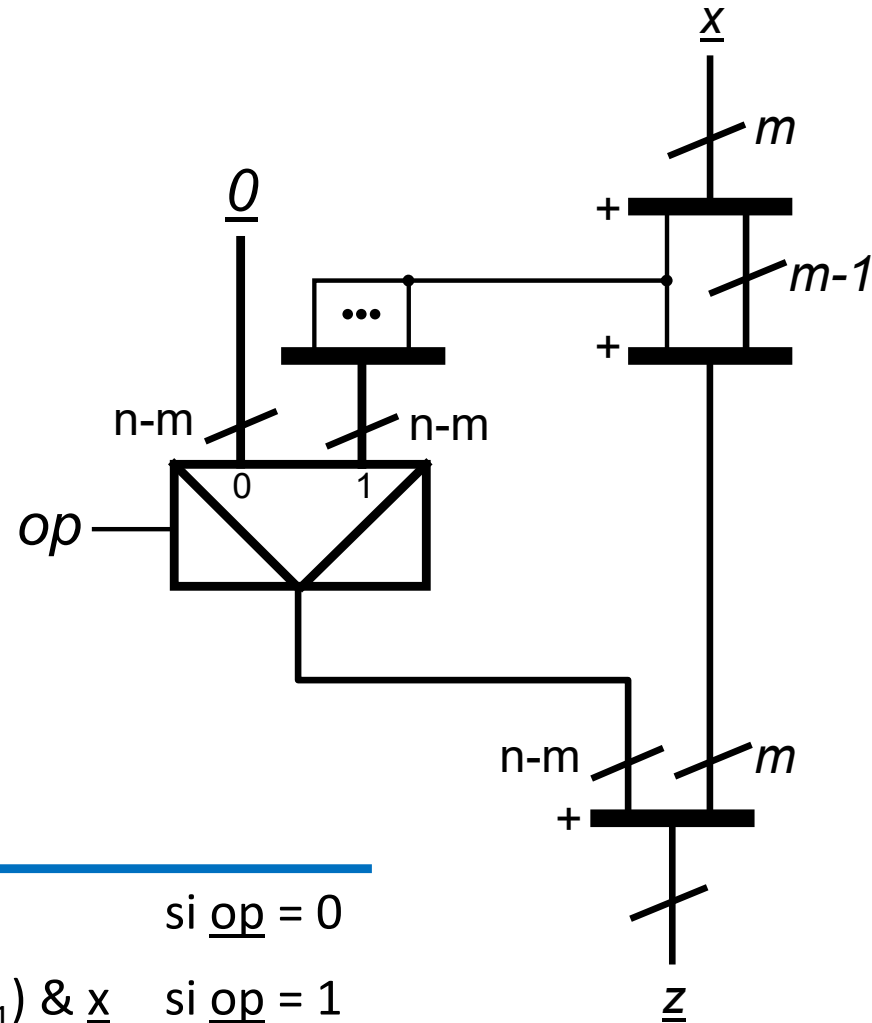
# Extensor de signo



$$\underline{z} = \begin{cases} z\text{Ext}(\underline{x}) \equiv (0\dots 0) \& \underline{x} & \text{si } \underline{op} = 0 \\ s\text{Ext}(\underline{x}) \equiv (\mathbf{x}_{m-1}\dots \mathbf{x}_{m-1}) \& \underline{x} & \text{si } \underline{op} = 1 \end{cases}$$



# Extensor de signo



---

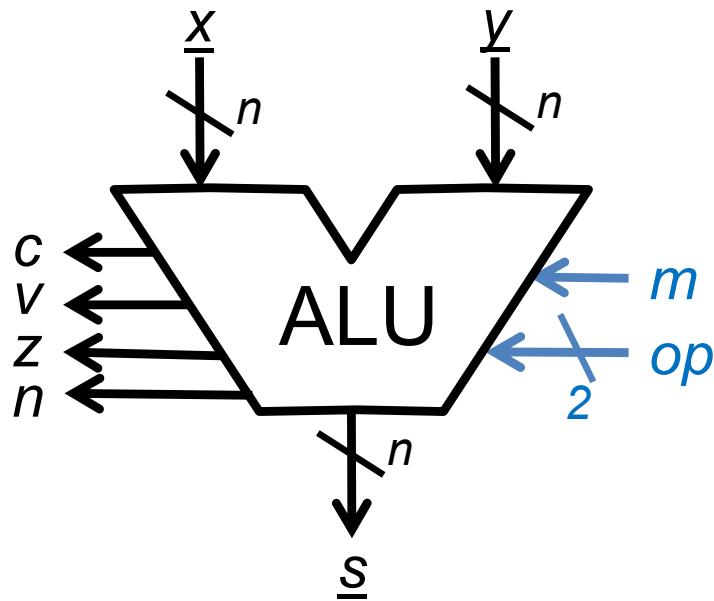
$$\underline{z} = \begin{array}{ll} z\text{Ext}(\underline{x}) \equiv (0\dots 0) \ \& \ \underline{x} & \text{si } \underline{op} = 0 \\ s\text{Ext}(\underline{x}) \equiv (x_{m-1}\dots x_{m-1}) \ \& \ \underline{x} & \text{si } \underline{op} = 1 \end{array}$$

---





# ALU (Arithmetic-Logic Unit)



- $\underline{x}, \underline{y}$  2 entradas de datos de n bits
- $m$  1 entrada de selección de modo
- $op$  1 entrada de selección de operación
- $\underline{s}$  1 salida de datos de n bits
- $c$  1 salida de acarreo (carry)
- $v$  1 salida de overflow
- $z$  1 salida de detección de cero
- $n$  1 salida de detección de negativo

## operaciones lógicas

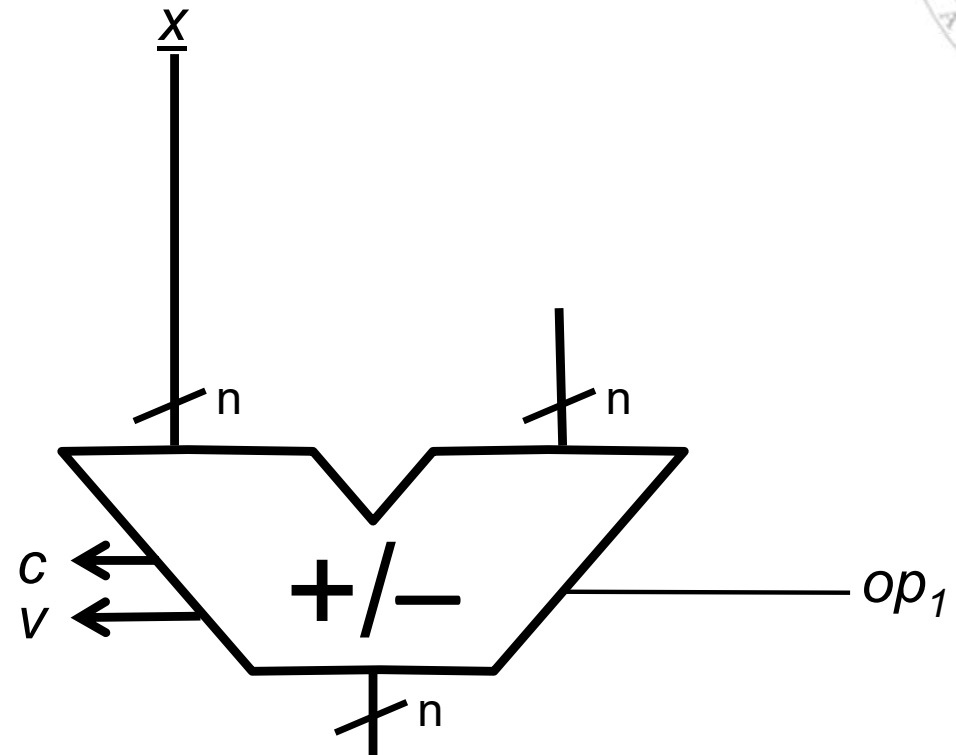
$m$	$op_1$	$op_0$	$\underline{s}$
0	0	0	$\text{not}(\underline{x})$
0	0	1	$\text{and}(\underline{x}, \underline{y})$
0	1	0	$\underline{x}$
0	1	1	$\text{or}(\underline{x}, \underline{y})$

## operaciones aritméticas

$m$	$op_1$	$op_0$	$\underline{s}$
1	0	0	$\underline{x} + \underline{y}$
1	0	1	$\underline{x} - 1 = \underline{x} + (-1) =_{C2} \underline{x} + \underline{1}$
1	1	0	$\underline{x} - \underline{y}$
1	1	1	$\underline{x} + 1 = \underline{x} - (-1) =_{C2} \underline{x} - \underline{1}$



# ALU (Arithmetic-Logic Unit)

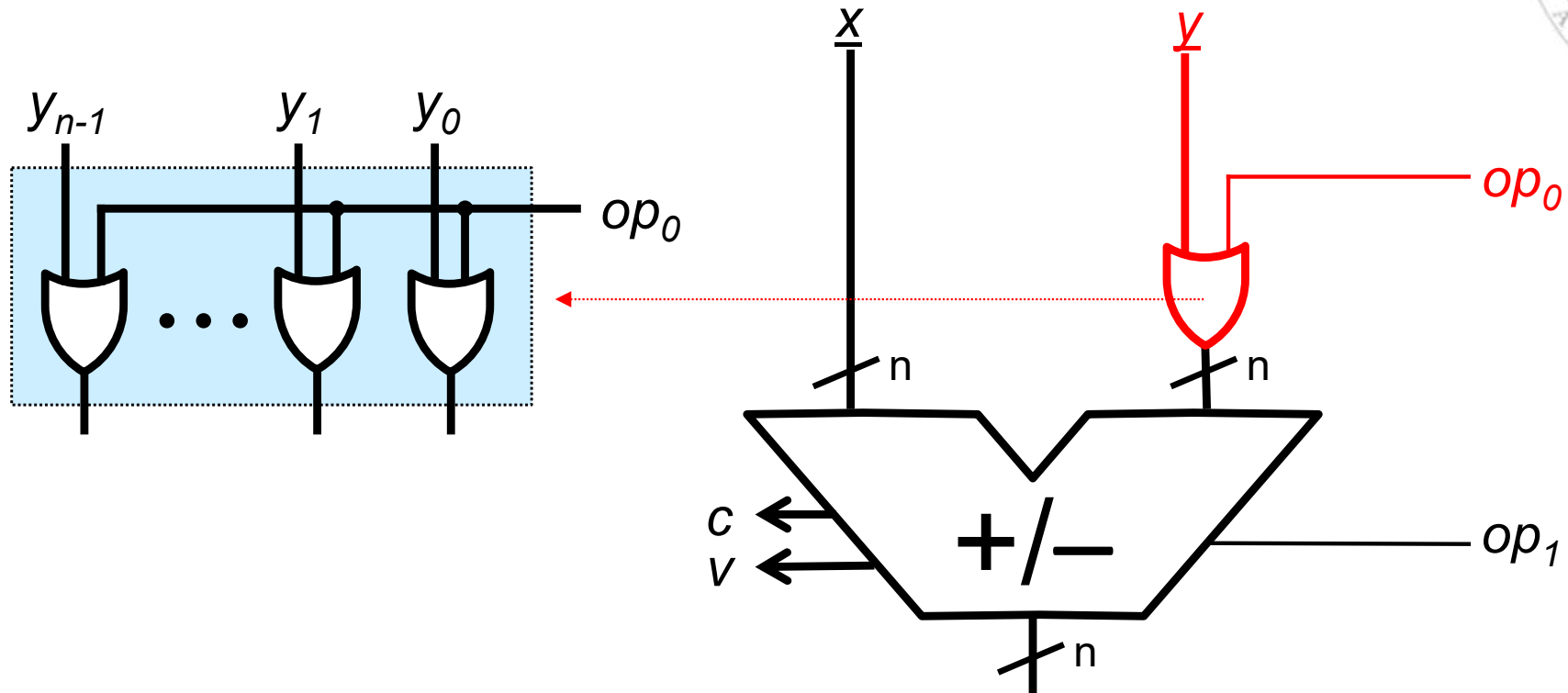


operaciones aritméticas

m	op <sub>1</sub>	op <sub>0</sub>	s
1	0	0	$\underline{x} + \underline{y}$
1	0	1	$\underline{x} - 1 = \underline{x} + (-1) =_{C2} \underline{x} + \underline{1}$
1	1	0	$\underline{x} - \underline{y}$
1	1	1	$\underline{x} + 1 = \underline{x} - (-1) =_{C2} \underline{x} - \underline{1}$



# ALU (Arithmetic-Logic Unit)

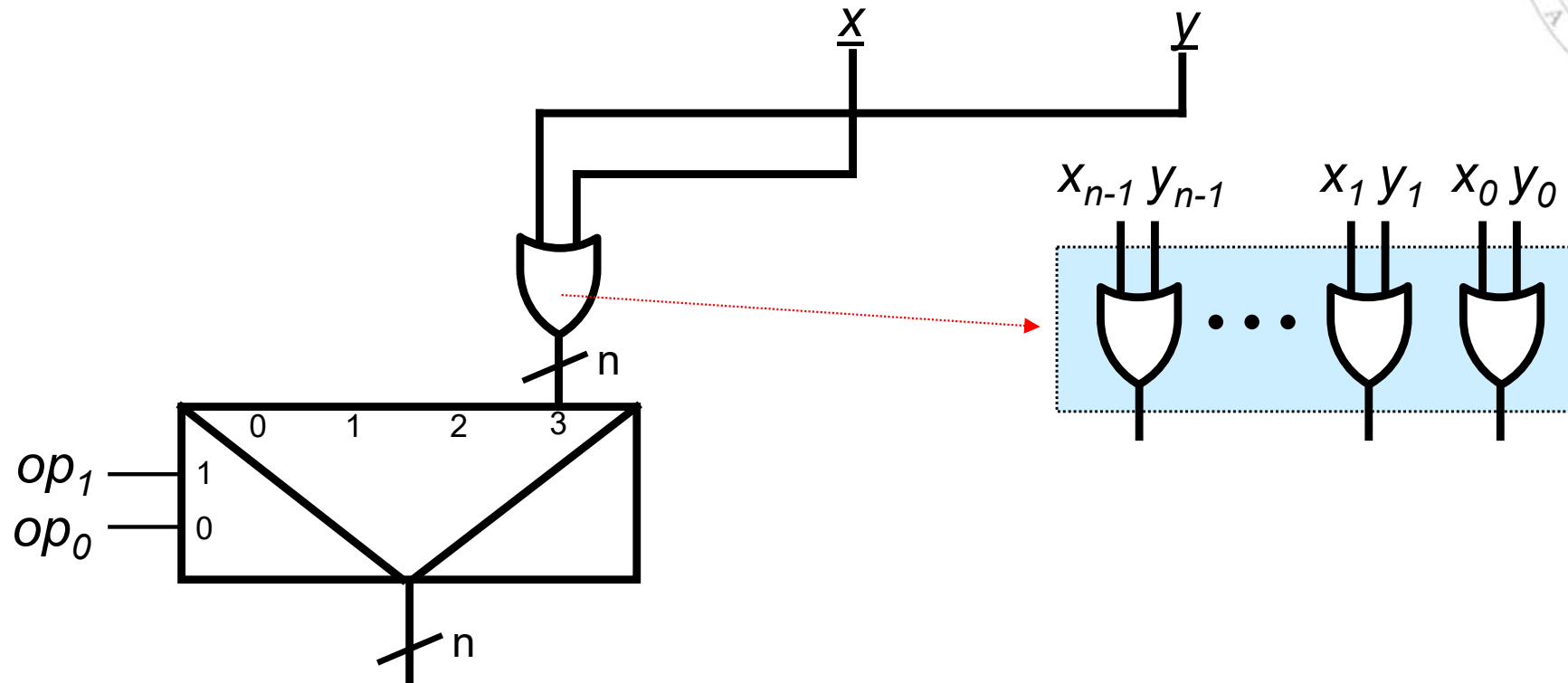


operaciones aritméticas

m	op <sub>1</sub>	op <sub>0</sub>	s
1	0	0	$\underline{x} + \underline{y}$
1	0	1	$\underline{x} - 1 = \underline{x} + (-1) =_{C2} \underline{x} + \underline{1}$
1	1	0	$\underline{x} - \underline{y}$
1	1	1	$\underline{x} + 1 = \underline{x} - (-1) =_{C2} \underline{x} - \underline{1}$



# ALU (Arithmetic-Logic Unit)



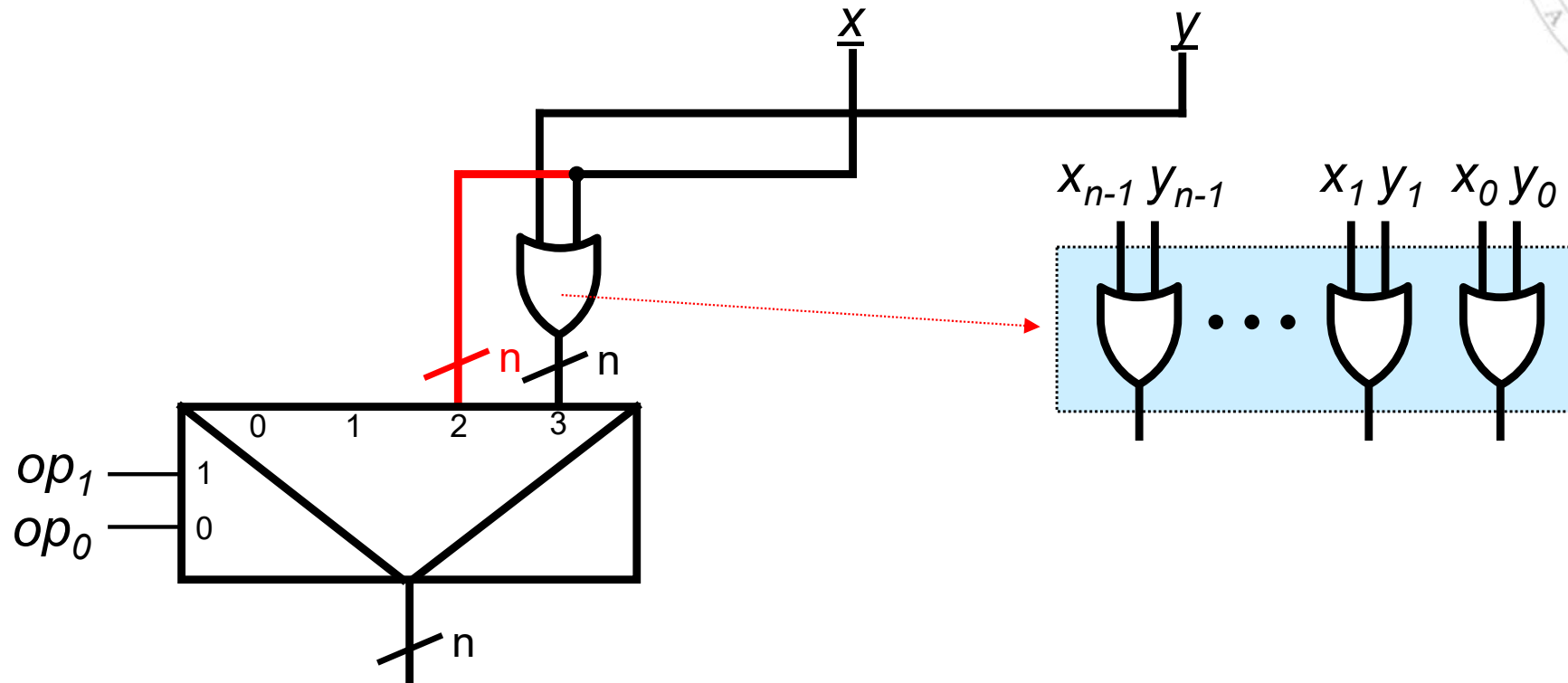
operaciones lógicas

m	op <sub>1</sub>	op <sub>0</sub>	<u>s</u>
0	0	0	not( <u>x</u> )
0	0	1	and( <u>x</u> , <u>y</u> )
0	1	0	<u>x</u>
0	1	1	or( <u>x</u> , <u>y</u> )



# ALU (Arithmetic-Logic Unit)

versión 14/07/23



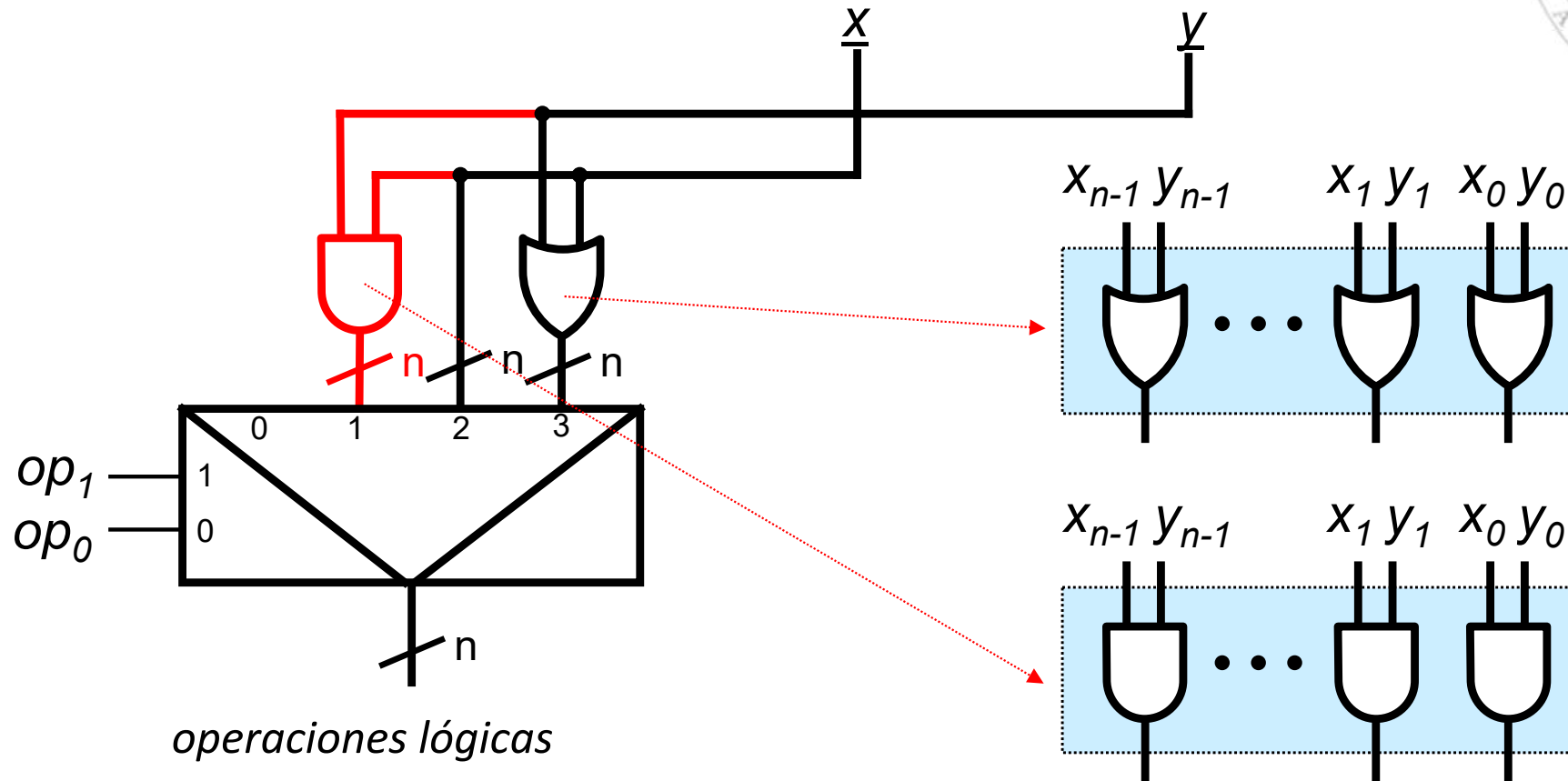
operaciones lógicas

m	op <sub>1</sub>	op <sub>0</sub>	<u>s</u>
0	0	0	not( <u>x</u> )
0	0	1	and( <u>x</u> , <u>y</u> )
0	<b>1</b>	<b>0</b>	<b><u>x</u></b>
0	1	1	or( <u>x</u> , <u>y</u> )



# ALU (Arithmetic-Logic Unit)

versión 14/07/23

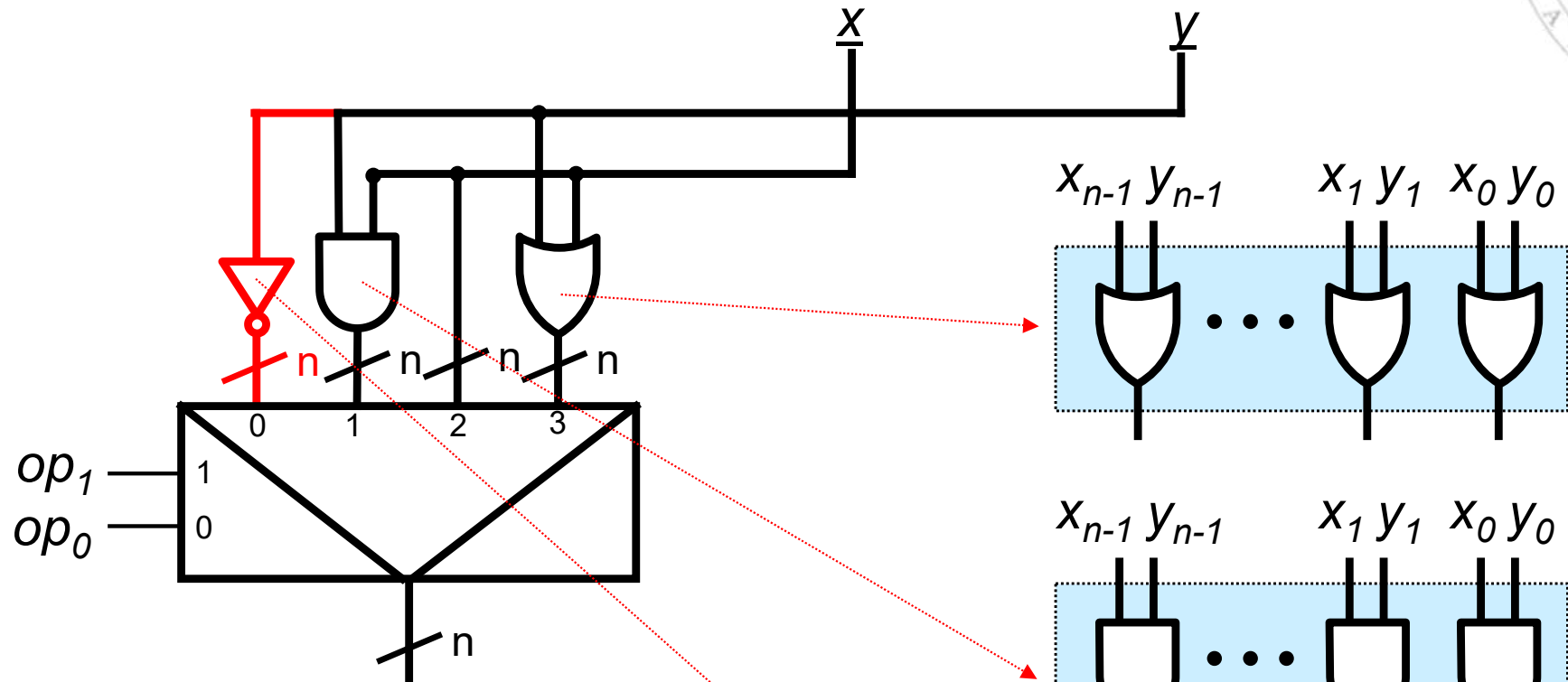


operaciones lógicas

m	op <sub>1</sub>	op <sub>0</sub>	<u>s</u>
0	0	0	not( <u>x</u> )
0	0	1	and( <u>x</u> , <u>y</u> )
0	1	0	<u>x</u>
0	1	1	or( <u>x</u> , <u>y</u> )

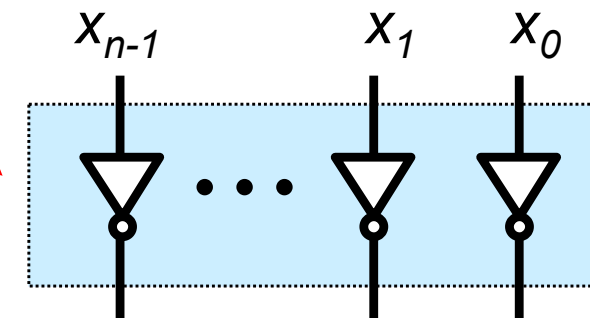
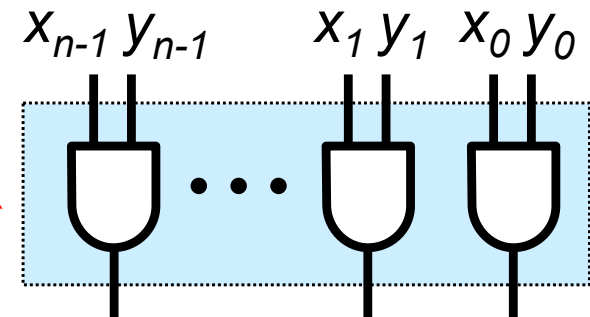
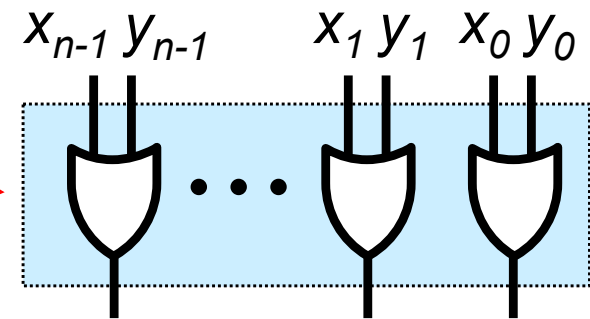


# ALU (Arithmetic-Logic Unit)



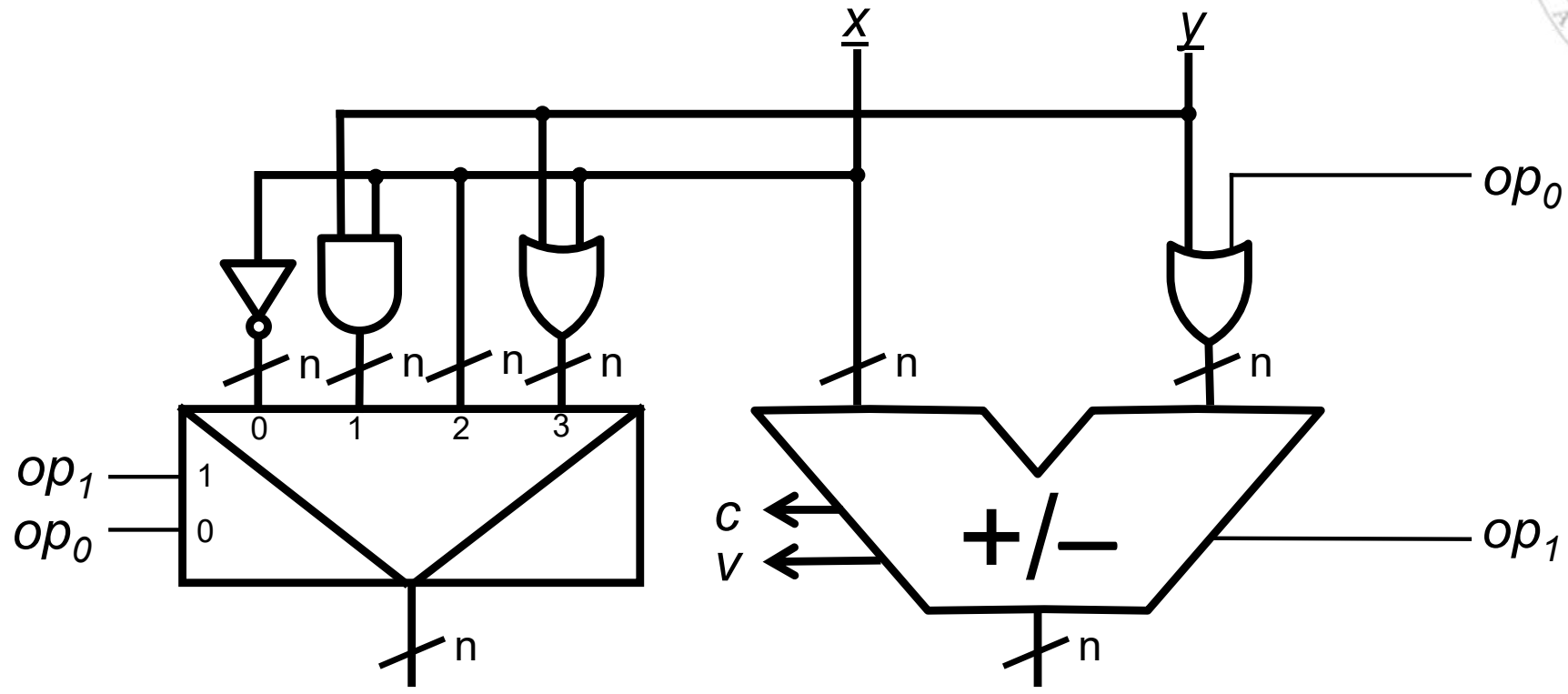
operaciones lógicas

m	op <sub>1</sub>	op <sub>0</sub>	<u>s</u>
0	0	0	not( <u>x</u> )
0	0	1	and( <u>x</u> , <u>y</u> )
0	1	0	<u>x</u>
0	1	1	or( <u>x</u> , <u>y</u> )





# ALU (Arithmetic-Logic Unit)



operaciones lógicas

m	op <sub>1</sub>	op <sub>0</sub>	<u>s</u>
0	0	0	not( <u>a</u> )
0	0	1	and( <u>a</u> , <u>b</u> )
0	1	0	<u>a</u>
0	1	1	or( <u>a</u> , <u>b</u> )

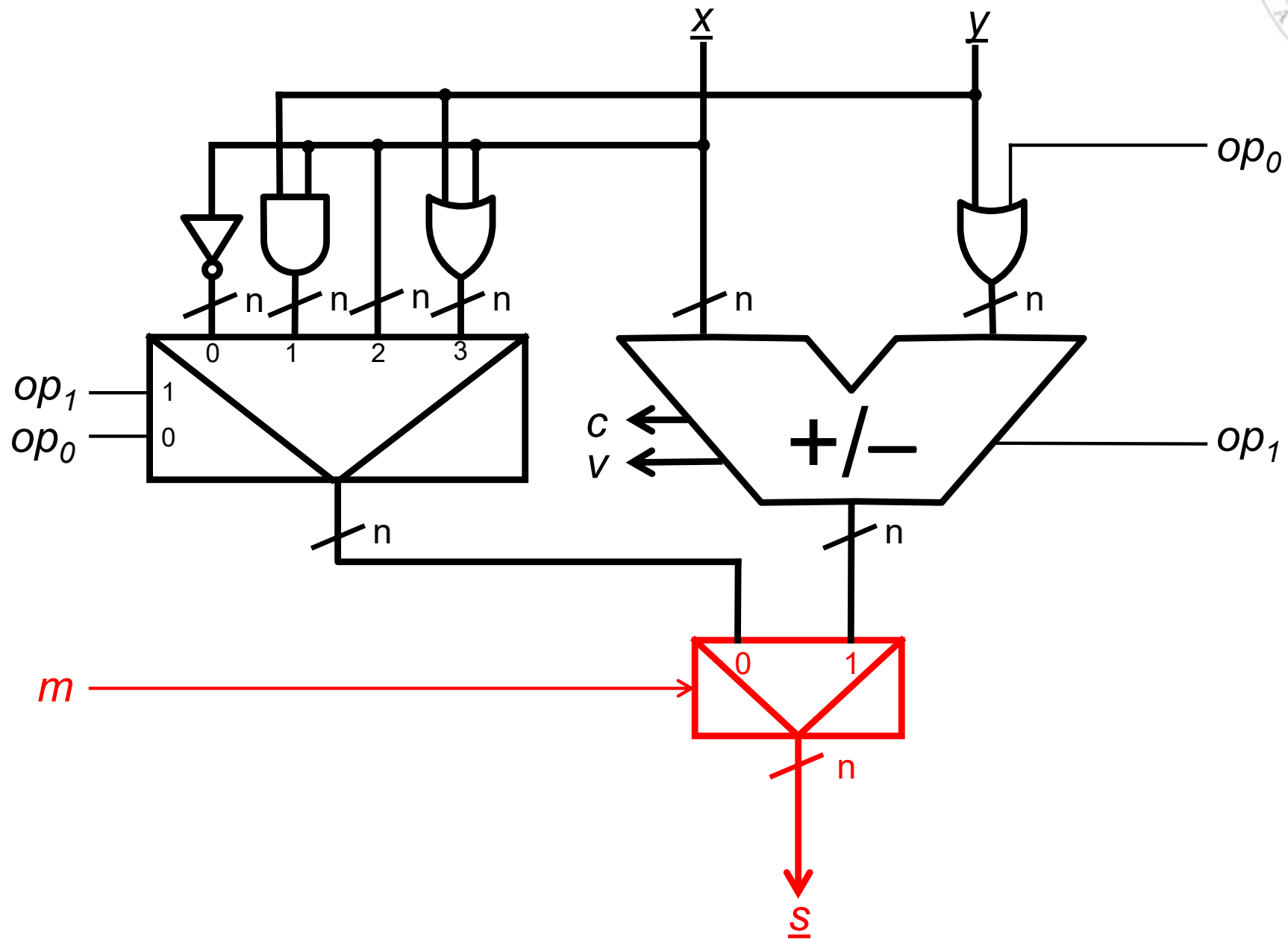
operaciones aritméticas

m	op <sub>1</sub>	op <sub>0</sub>	<u>s</u>
1	0	0	<u>a</u> + <u>b</u>
1	0	1	<u>a</u> - 1 = <u>a</u> + (-1) = <sub>c2</sub> <u>a</u> + <u>1</u>
1	1	0	<u>a</u> - <u>b</u>
1	1	1	<u>a</u> + 1 = <u>a</u> - (-1) = <sub>c2</sub> <u>a</u> - <u>1</u>



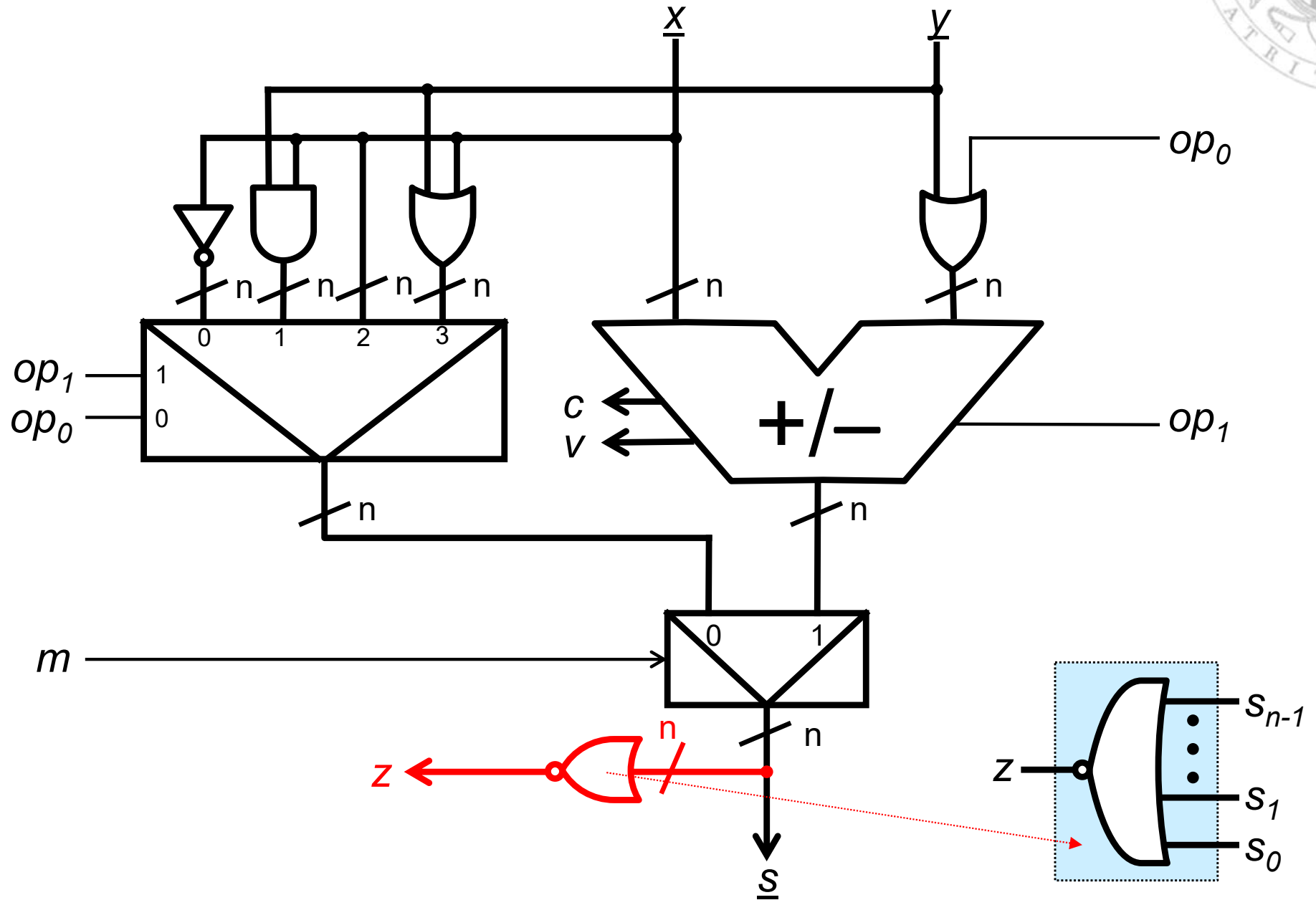


# ALU (Arithmetic-Logic Unit)



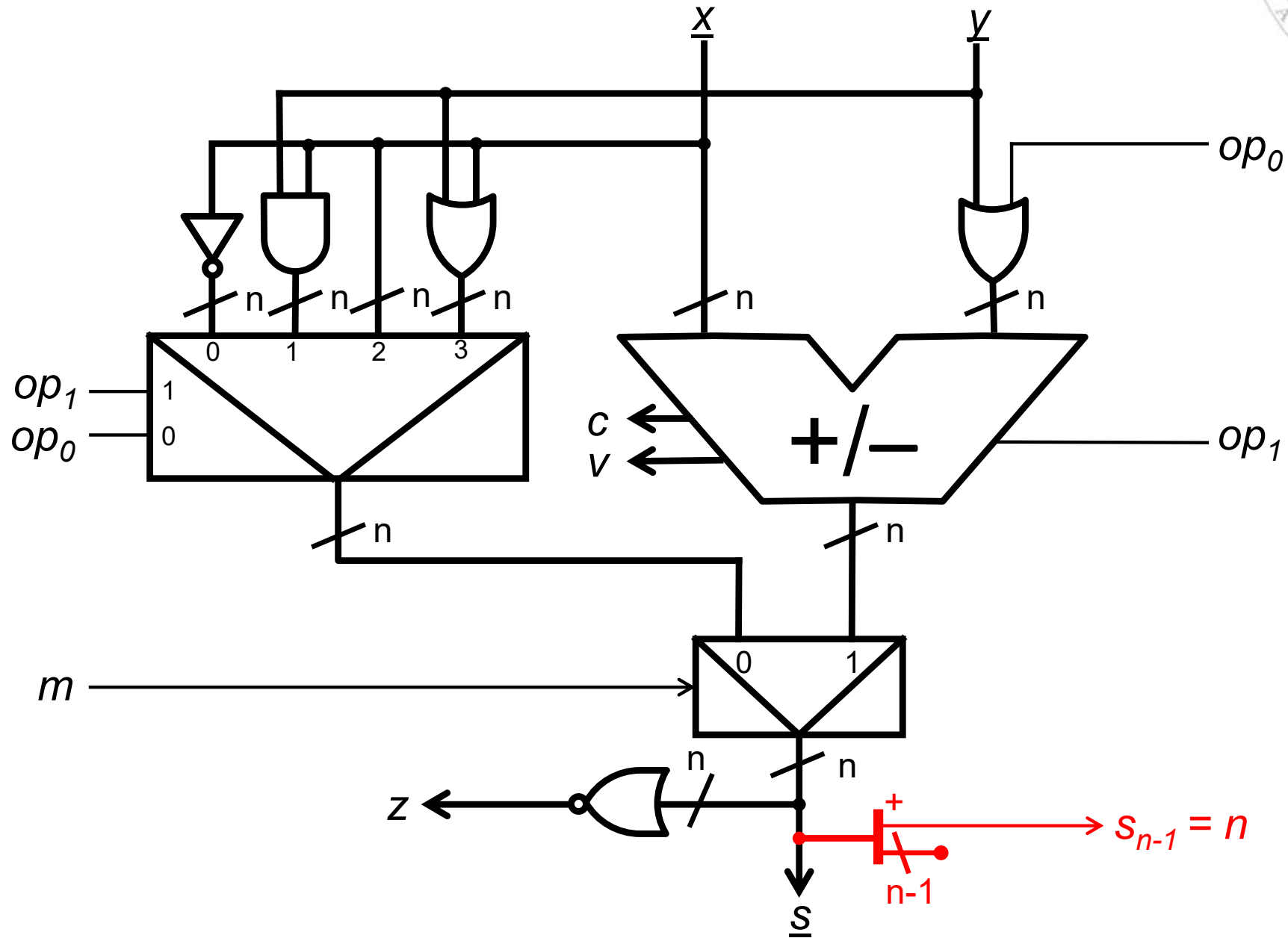


# ALU (Arithmetic-Logic Unit)



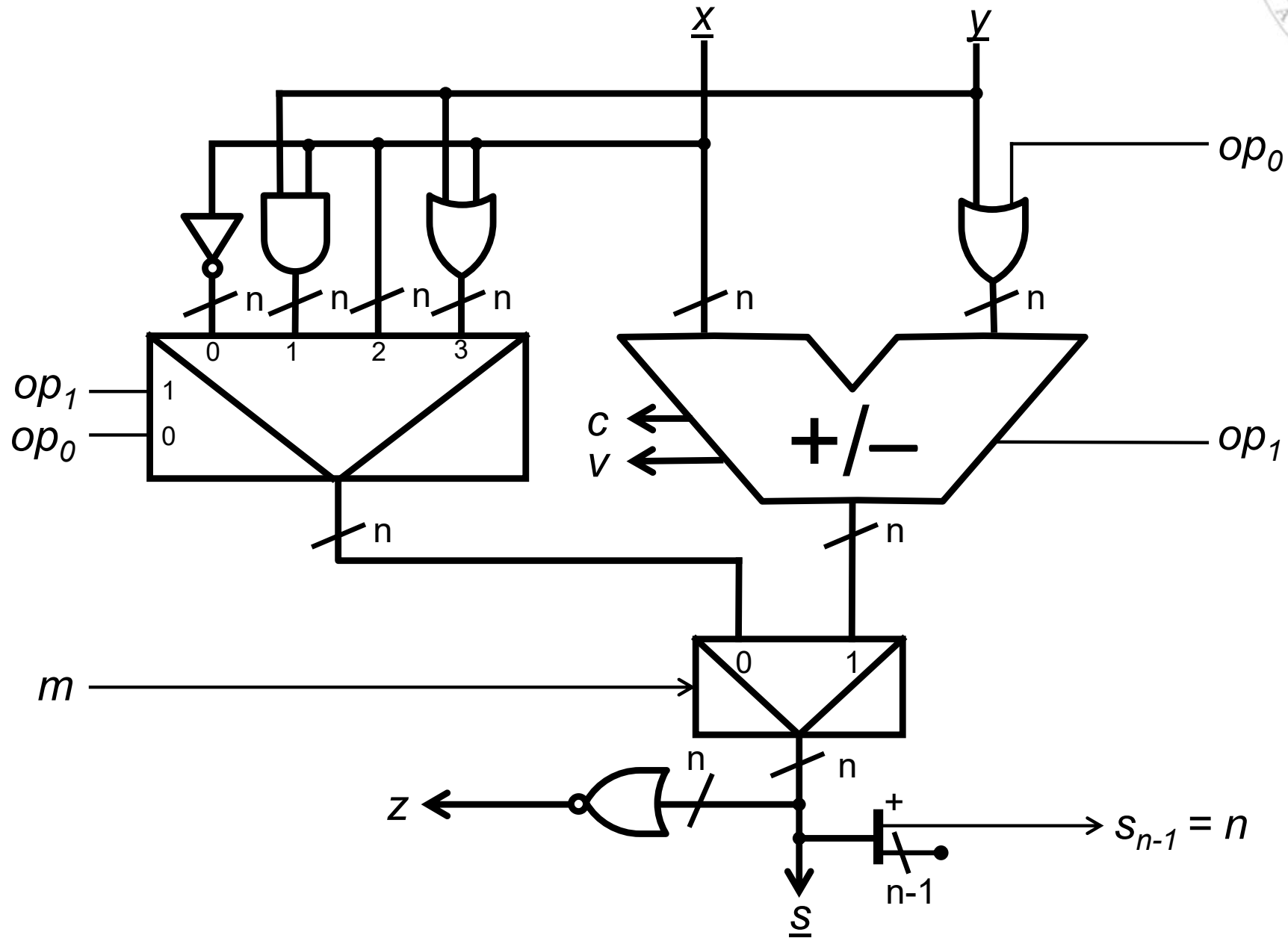


# ALU (Arithmetic-Logic Unit)





# ALU (Arithmetic-Logic Unit)





# ALU (Arithmetic-Logic Unit)

- La ALU puede usarse para **comparar números**
  - Para ello **no es necesario añadir un comparador**, basta con **restar los operandos** y **comprobar el estado de los flags**.
  - Por ejemplo, al restar  $x - y$  el flag Z se activa solo cuando  $x = y$

comparación	flags a comprobar tras realizar $x - y$	
	operandos <b>sin signo</b>	operandos <b>con signo</b> (en C2)
$x = y$	Z	Z
$x \neq y$	$\bar{Z}$	$\bar{Z}$
$x < y$	$\bar{C}$	$N \oplus V$
$x \leq y$	$Z + \bar{C}$	$Z + (N \oplus V)$
$x > y$	$\bar{Z} \cdot C$	$\bar{Z} \cdot (\overline{N \oplus V})$
$x \geq y$	C	$(\overline{N \oplus V})$



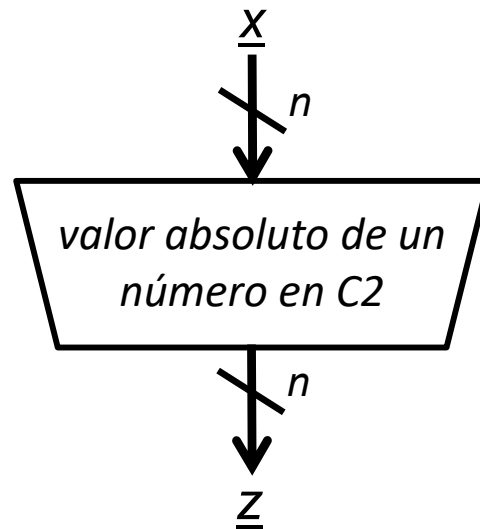
# Resumen

- Los **módulos** presentan algunas **características interesantes**:
  - Tienen estructuras genéricas fácilmente **escalables**.
  - Procesan **palabras de datos** y no solo bits individuales.
  - Pueden **realizar distintas funciones** según el valor de ciertas entradas de control.
  - Tienen **funcionalidades abstractas** que permiten diseñar/describir de manera estructurada sistemas complejos sin tener recurrir a EC/FC:
    - Basta con interconectarlos **sin crear realimentaciones**
    - Y usar discrecionalmente puertas (glue logic) para adaptar señales.



# Recapitulación

- En muchos casos es posible obtener directamente una red de módulos combinacionales desde un enunciado.



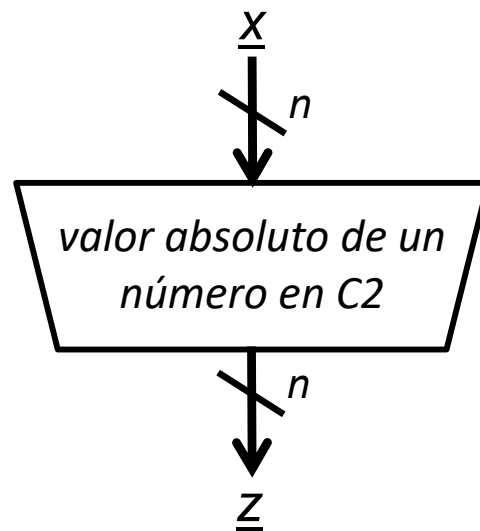
$$\underline{z} = \text{abs}(\underline{x}) = \begin{cases} \underline{x} & \text{si } x \geq 0 \\ -\underline{x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$\underline{z} = \text{abs}(\underline{x}) =_{C2} \begin{cases} \underline{x} & \text{si } x_{n-1} = 0 \\ C2(\underline{x}) = \text{not}(\underline{x}) + 1 & \text{si } x_{n-1} = 1 \end{cases}$$



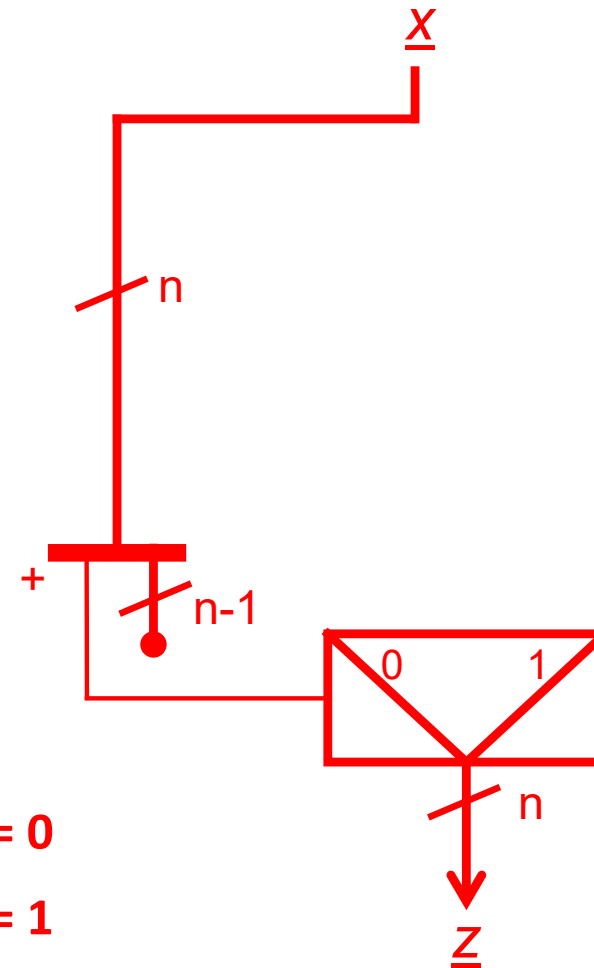
# Recapitulación

- En muchos casos es posible obtener directamente una red de módulos combinacionales desde un enunciado.



$$z = \text{abs}(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$z = \text{abs}(x) =_{C2} \begin{cases} x \\ C2(x) = \text{not}(x)+1 \end{cases}$$



si  $x_{n-1} = 0$

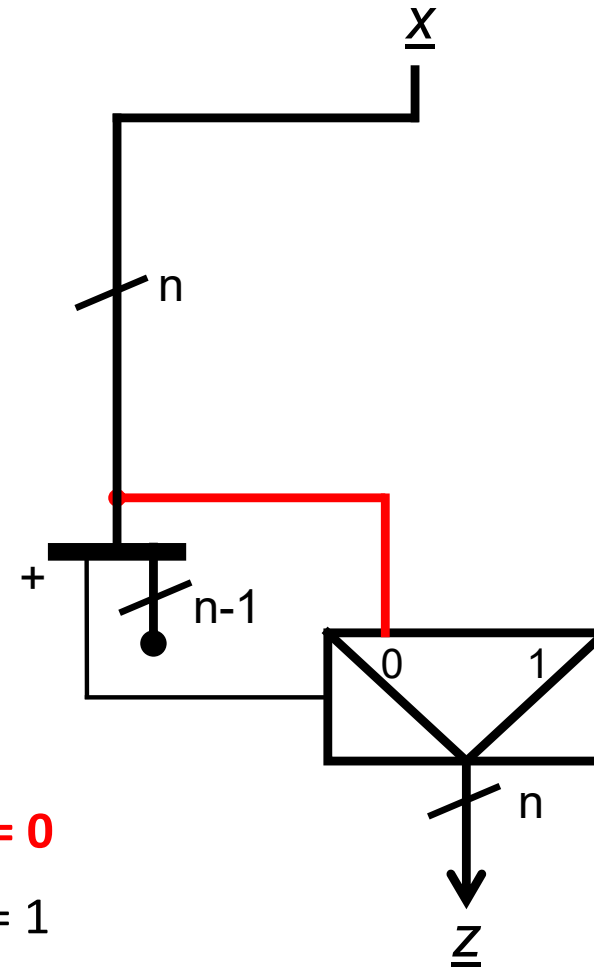
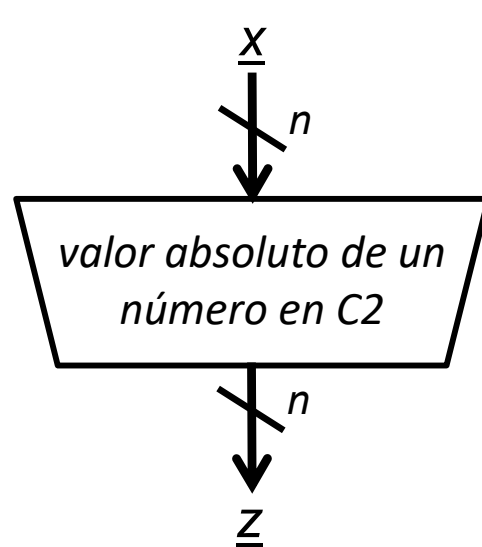
si  $x_{n-1} = 1$





# Recapitulación

- En muchos casos es posible obtener directamente una red de módulos combinacionales desde un enunciado.



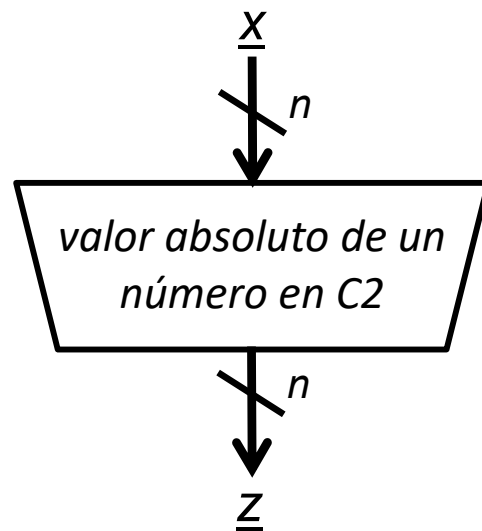
$$z = \text{abs}(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$z = \text{abs}(x) =_{C2} \begin{cases} x & \text{si } x_{n-1} = 0 \\ C2(x) = \text{not}(x) + 1 & \text{si } x_{n-1} = 1 \end{cases}$$



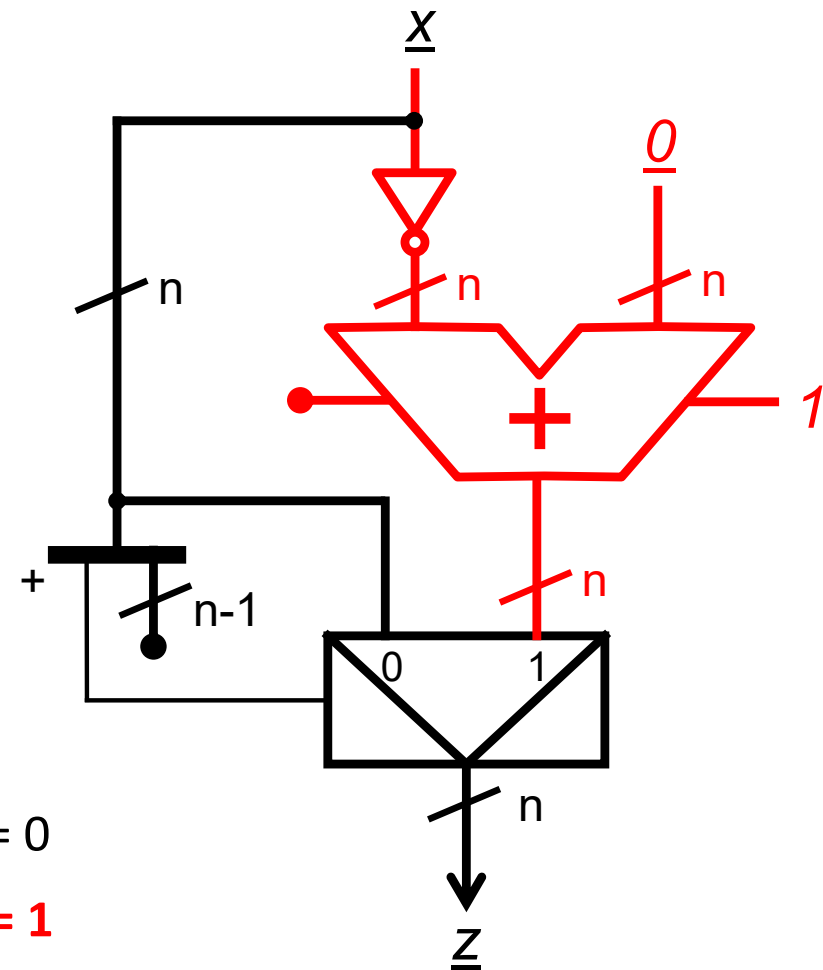
# Recapitulación

- En muchos casos es posible obtener directamente una red de módulos combinacionales desde un enunciado.



$$z = \text{abs}(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

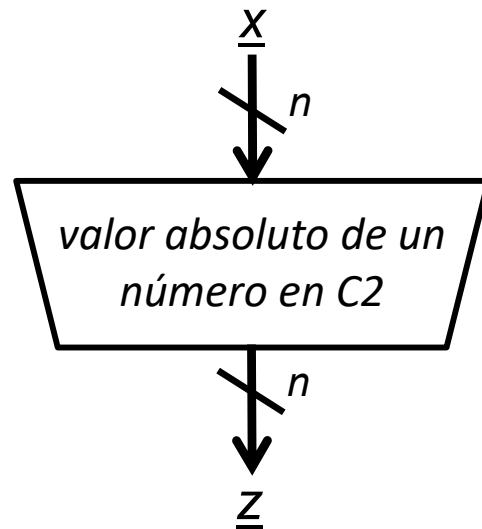
$$z = \text{abs}(x) =_{C2} \begin{cases} x & \text{si } x_{n-1} = 0 \\ C2(x) = \text{not}(x)+1 & \text{si } x_{n-1} = 1 \end{cases}$$





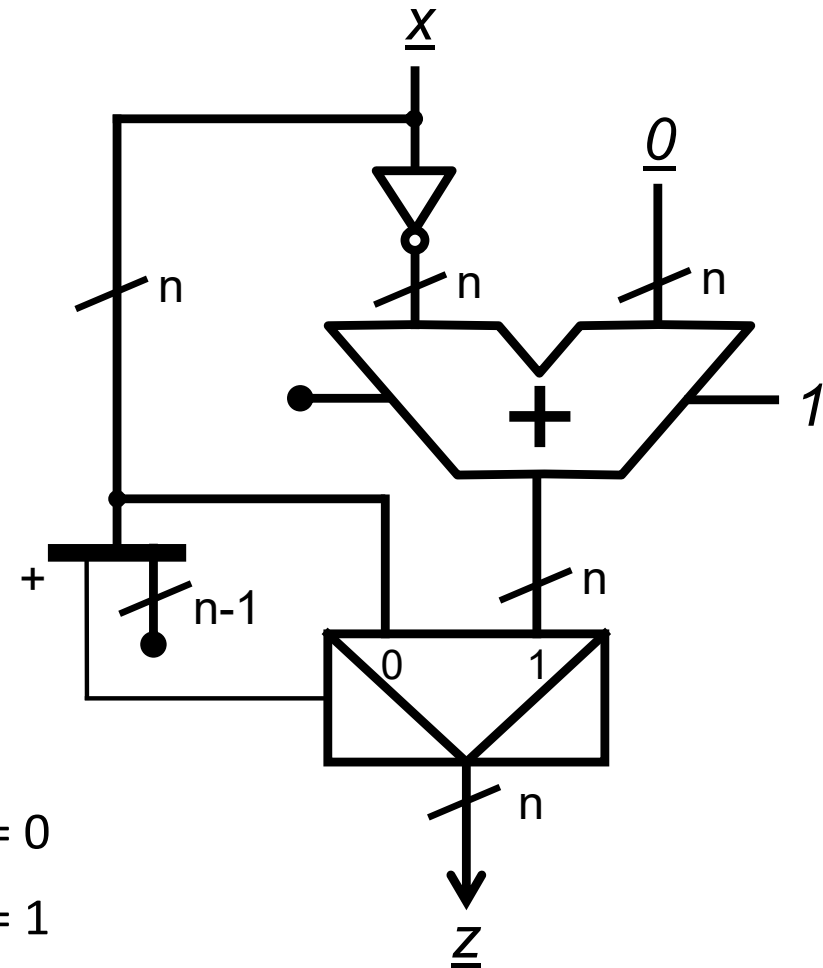
# Recapitulación

- En muchos casos es posible obtener directamente una red de módulos combinacionales desde un enunciado.



$$z = \text{abs}(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

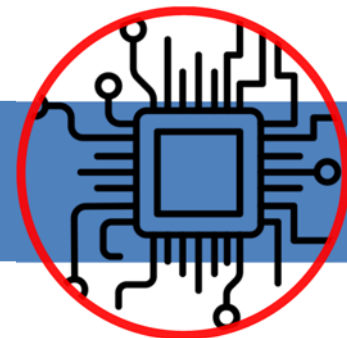
$$z = \text{abs}(x) =_{C2} \begin{cases} x & \text{si } x_{n-1} = 0 \\ C2(x) = \text{not}(x)+1 & \text{si } x_{n-1} = 1 \end{cases}$$





- Biblioteca de celdas.

## Apéndice tecnológico

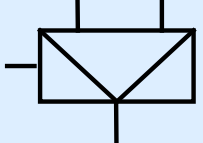
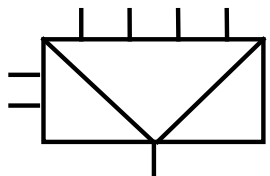
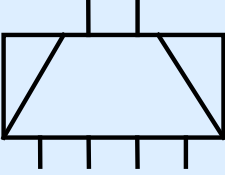
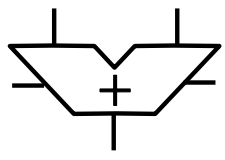


# Biblioteca de celdas

## CMOS 90 nm



fuelle: Synopsys (SAED EDK 90 nm)

Módulo	Área ( $\mu\text{m}^2$ )	Retardo (ps)	Consumo estático (nW)	Consumo dinámico (nW/MHz)
	11.0592	223	84	8639
	23.0400	250	163	15169
	29.4912	191 ( $z_0$ ) 189 ( $z_1$ ) 132 ( $z_2$ ) 127 ( $z_3$ )	23	543
	29.4912	205 (s) 226 (c)	159	5374 (s) 713 (c)

# Acerca de *Creative Commons*



## ■ Licencia CC (*Creative Commons*)

- Ofrece algunos derechos a terceras personas bajo ciertas condiciones. Este documento tiene establecidas las siguientes:



**Reconocimiento** (*Attribution*):

En cualquier explotación de la obra autorizada por la licencia hará falta reconocer la autoría.



**No comercial** (*Non commercial*):

La explotación de la obra queda limitada a usos no comerciales.



**Compartir igual** (*Share alike*):

La explotación autorizada incluye la creación de obras derivadas siempre que mantengan la misma licencia al ser divulgadas.

**Más información:** <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>