



Tema 5:

Especificación de sistemas secuenciales síncronos

Fundamentos de computadores I

José Manuel Mendías Cuadros

Dpto. Arquitectura de Computadores y Automática

Universidad Complutense de Madrid





Contenidos

- ✓ Especificación basada en estados.
- ✓ Diagramas de estados.
- ✓ Máquinas de Moore y Mealy.

Transparencias basadas en los libros:

- R. Hermida, F. Sánchez y E. del Corral. *Fundamentos de computadores*.
- D. Gajsky. *Principios de diseño digital*.



Sistemas secuenciales

- La salida en cada instante depende del valor de la entrada en ese instante y de todos los valores que la entrada ha tomado con anterioridad.
 - En ocasiones, a misma entrada, distinta salida.



$$z(t_i) = F(x([0, t_i])), \text{ con } x(t_i) \in E, z(t_i) \in S$$

- Para especificar su comportamiento deberán definirse:
 - Los conjuntos discretos de valores de entrada/salida: E, S
 - ¿Cómo especificar la función F?



Especificación basada en estados

- **Estado**: clase de equivalencia formada por todas las secuencias de valores de entrada que producen una misma salida actual y futura.



$$x(t) \in E = \{ A, B, C \}, z(t) \in S = \{ 0, 1 \}$$

x(t)	A	B	C	B	B	A	C	B	A	A	C	C	A	B	B
z(t)	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0

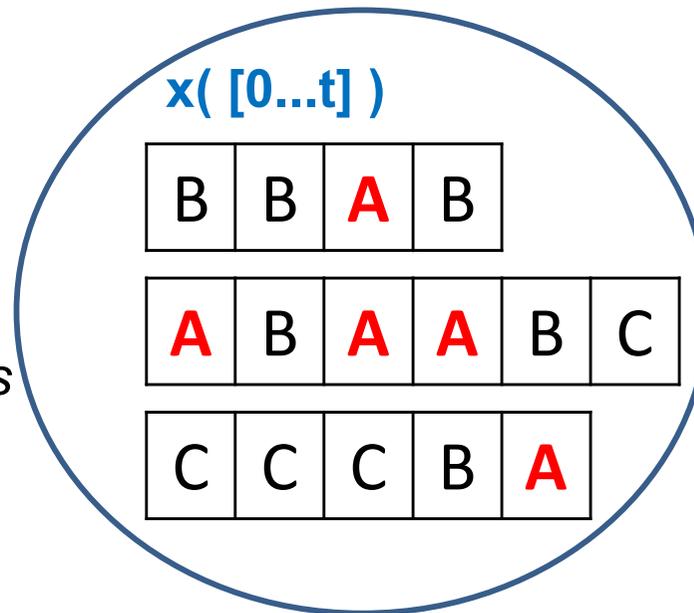
—————→ tiempo



Especificación basada en estados

Estado IMPAR:

Han llegado un número *impar* de **A**es



$z(t)$

0

0

0

$x(t+\Delta t)$

A

B

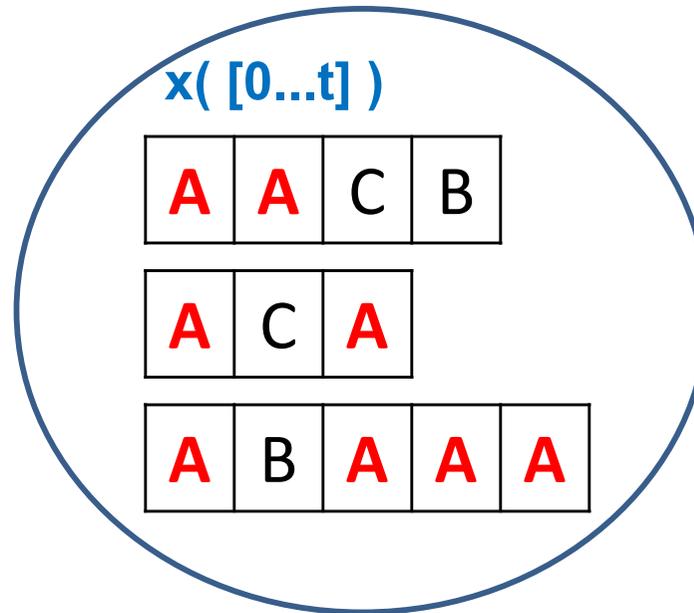
C

$z(t+\Delta t)$

1

0

0



$z(t)$

1

1

1

$x(t+\Delta t)$

A

B

C

$z(t+\Delta t)$

0

1

1



Especificación basada en estados

- **Especificación del dominio: E**
 - Conjunto discreto de valores que puede tomar la entrada.
- **Especificación del codominio: S**
 - Conjunto discreto de valores que puede tomar la salida.
- **Especificación del conjunto de estados: Q**
 - Conjunto discreto de estados en los que puede estar el sistema.
- **Función de transición de estados: $G: Q \times E \rightarrow Q$**
 - Define el estado siguiente del sistema para cada par (estado, entrada).
- **Función de salida: $H: Q \times E \rightarrow S$**
 - Define la salida del sistema para cada par (estado, entrada)
- Un sistema así especificado se denomina **máquina de estados finitos** o **FSM** (*Finite State Machine*)



Especificación basada en estados



$$x(t) \in E = \{ A, B, C \}, z(t) \in S = \{ 0, 1 \}$$

$$q(t) \in Q = \{ \text{par}, \text{impar} \}$$

Función de transición de estados

q	x	q'
par	A	impar
par	B	par
par	C	par
impar	A	par
impar	B	impar
impar	C	impar

Función de salida

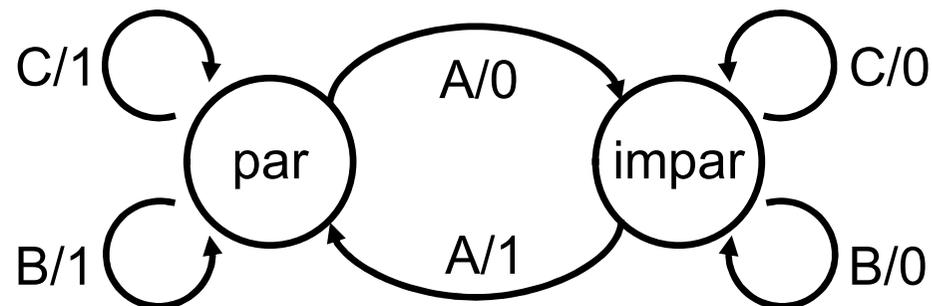
q	x	z
par	A	0
par	B	1
par	C	1
impar	A	1
impar	B	0
impar	C	0



Diagrama de estados

- Representa el sistema secuencial mediante un grafo:
 - Cada estado se representa por un nodo.
 - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
 - Cada arco une un estado origen con estado destino.
 - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
 - Esto **NO** quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

q	x	q'	z
par	A	impar	0
par	B	par	1
par	C	par	1
impar	A	par	1
impar	B	impar	0
impar	C	impar	0





Descripción binaria

- La entrada es un vector de n bits
 - $\underline{x} \in \{0, 1\}^n$ es decir, $\underline{x} = (x_{n-1} \dots x_0)$ con $x_i \in \{0, 1\}$
- La salida es un vector de m bits
 - $\underline{z} \in \{0, 1\}^m$ es decir, $\underline{z} = (z_{m-1} \dots z_0)$ con $z_i \in \{0, 1\}$
- El estado es un vector de p bits
 - $\underline{q} \in \{0, 1\}^p$ es decir, $\underline{q} = (q_{p-1} \dots q_0)$ con $q_i \in \{0, 1\}$
- Función de transición de estados:
 - p funciones de conmutación de $p+n$ variables
 - $\underline{G} = \{g_i : \{0, 1\}^{p+n} \rightarrow \{0, 1\} / q_i = g_i(\underline{q}, \underline{x}), \text{ con } 0 \leq i \leq p-1\}$
- Función de salida:
 - m funciones de conmutación de $p+n$ variables
 - $\underline{H} = \{h_i : \{0, 1\}^{p+n} \rightarrow \{0, 1\} / z_i = h_i(\underline{q}, \underline{x}), \text{ con } 0 \leq i \leq m-1\}$



Descripción binaria

- Codificación dominio: $\{ A \rightarrow (00), B \rightarrow (01), C \rightarrow (10) \}$
- Codificación codominio: $\{ 0 \rightarrow 0, 1 \rightarrow 1 \}$
- Codificación estados: $\{ \text{par} \rightarrow 0, \text{impar} \rightarrow 1 \}$

Función de transición de estados

q	x ₁	x ₀	q'
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	-
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	-

Función de salida

q	x ₁	x ₀	z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	-
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	-



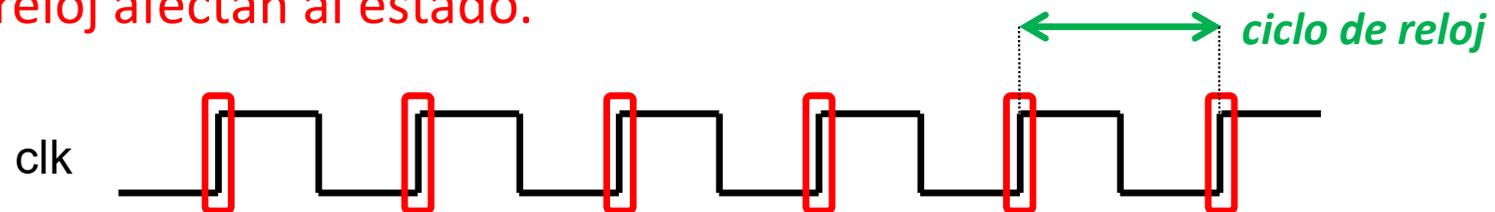
Asíncrono vs. síncrono

■ Sistema secuencial asíncrono:

- El **estado del sistema** puede **cambiar en cualquier instante** en respuesta a un cambio de la entrada.

■ Sistema secuencial síncrono:

- El **estado del sistema** solo puede **cambiar en un conjunto discreto de instantes** indicados por una **señal de reloj**.
- Un cambio en la entrada no provoca por sí mismo un cambio de estado.
- **Sólo el valor existente en la entrada en los instantes marcados por el reloj afectan al estado.**

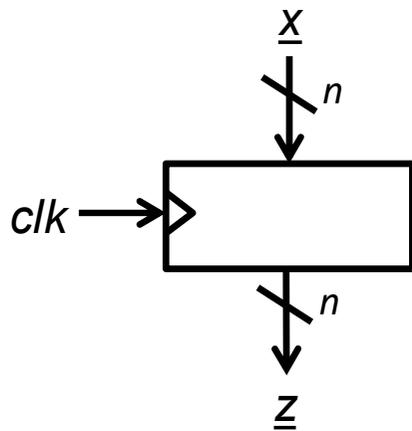


La señal de reloj es cuadrada y periódica de **frecuencia, f_{clk} , fija**.

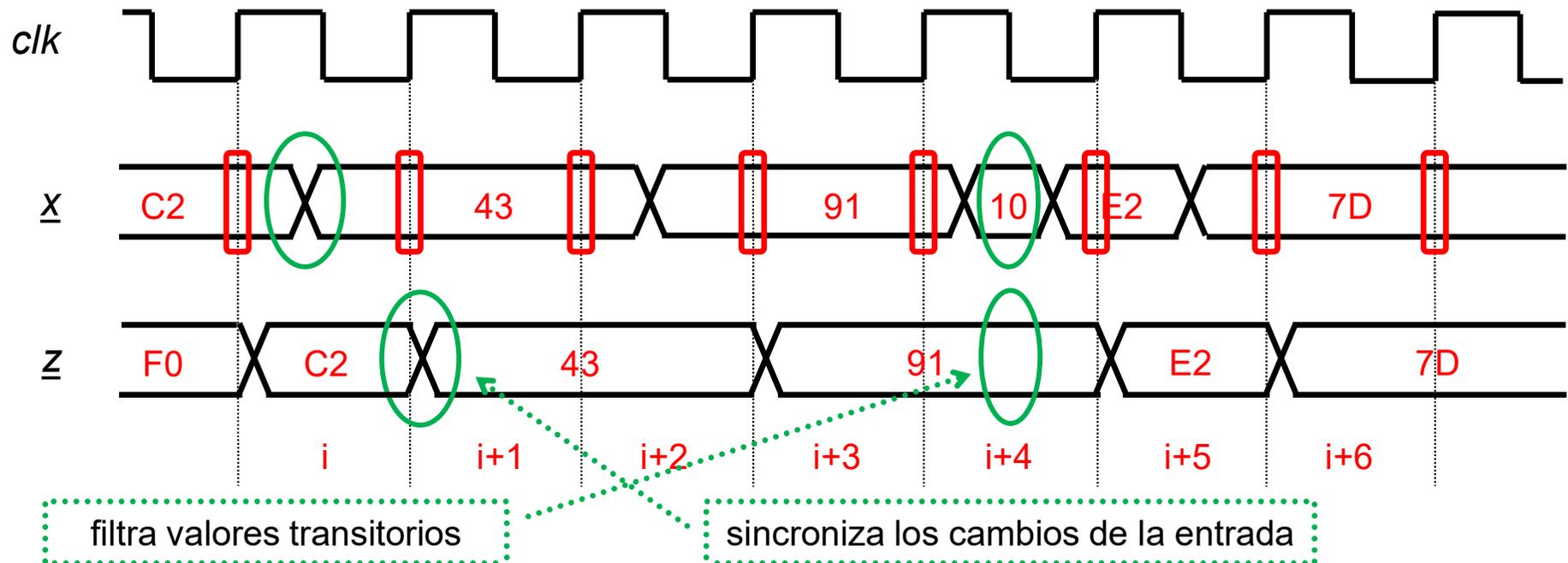
Los cambios de 0 a 1 (flanco subida) ó 1 a 0 (flanco de bajada) marcan los instantes.



Concepto de registro de estado

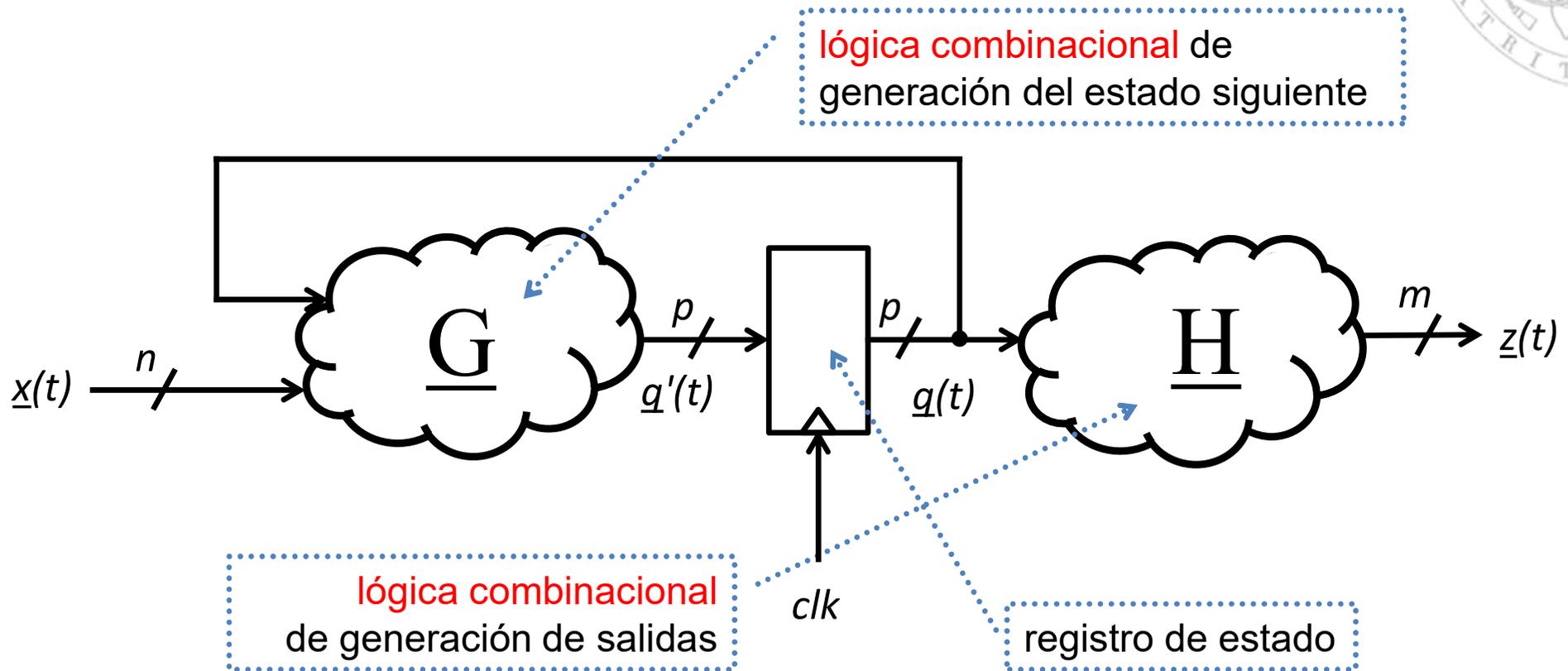


- **Registro de estado:** a cada flanco de reloj transfiere el valor de la entrada a la salida y lo mantiene durante un ciclo de reloj.





Máquina de Moore

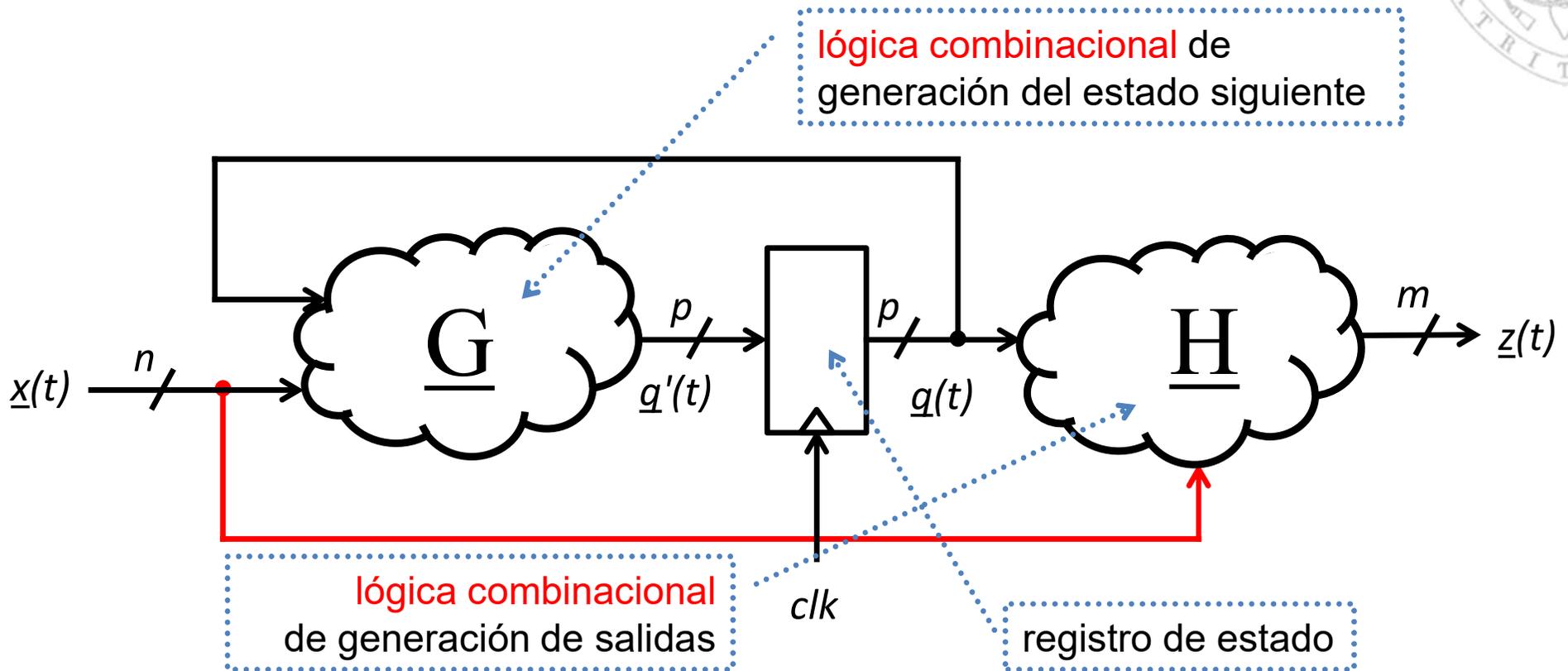


Estructura de una Máquina de Moore

La **salida** en todo instante **depende exclusivamente del estado** en que se encuentra el sistema.



Máquina de Mealy



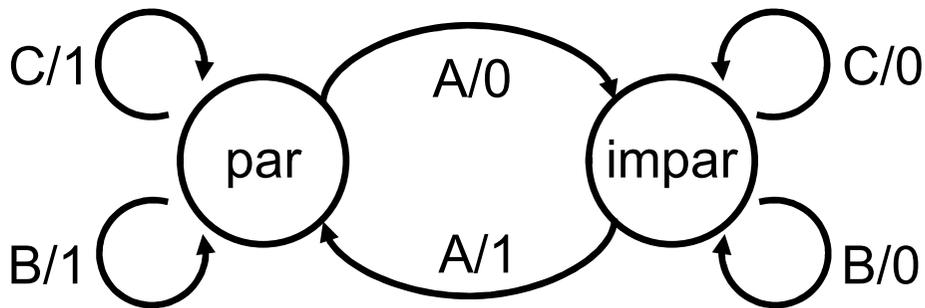
Estructura de una Máquina de Mealy

La **salida** en cada instante **depende del estado** en que se encuentra el sistema **y del valor de la entrada** en ese instante.



Mealy vs. Moore

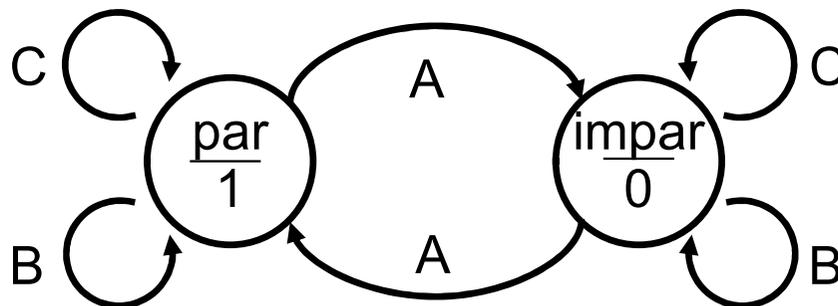
Mealy:



q	x	q'
par	A	impar
par	B	par
par	C	par
impar	A	par
impar	B	impar
impar	C	impar

q	x	z
par	A	0
par	B	1
par	C	1
impar	A	1
impar	B	0
impar	C	0

Moore:



q	x	q'
par	A	impar
par	B	par
par	C	par
impar	A	par
impar	B	impar
impar	C	impar

q	z
par	1
impar	0



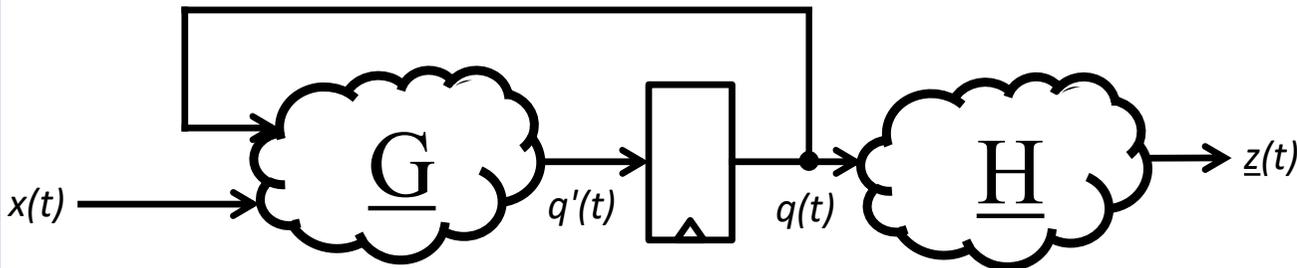
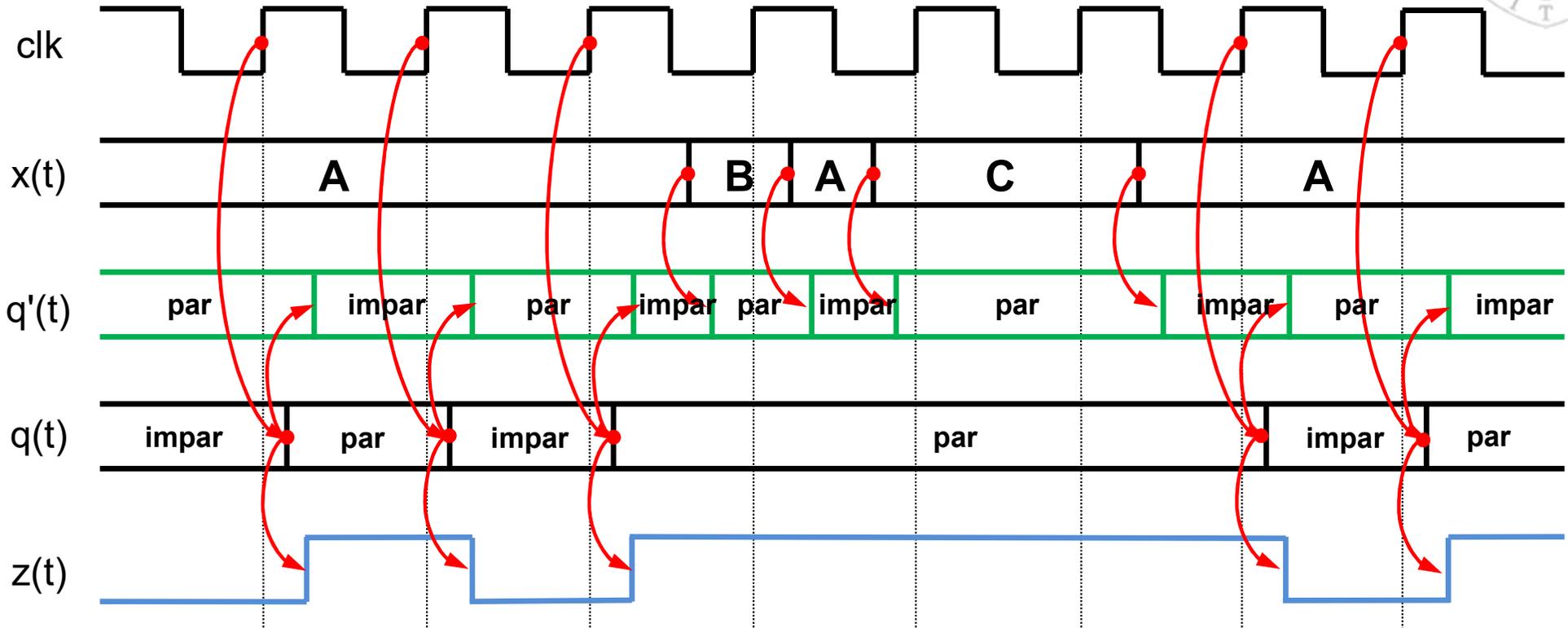
Máquina de Moore

versión 14/07/23

tema 5: Especificación de sistemas secuenciales síncronos

FC-1

16



q	x	q'
par	A	impar
par	B	par
par	C	par
impar	A	par
impar	B	impar
impar	C	impar

q	z
par	1
impar	0



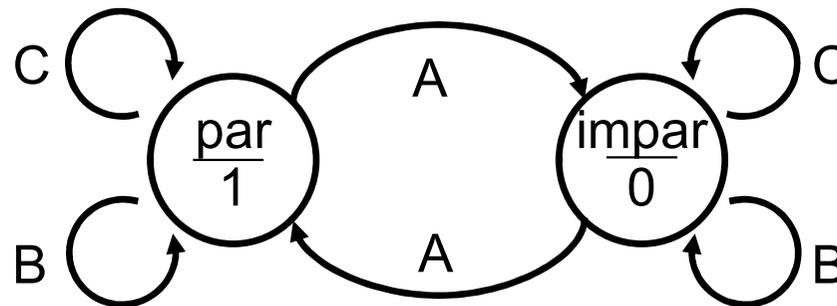
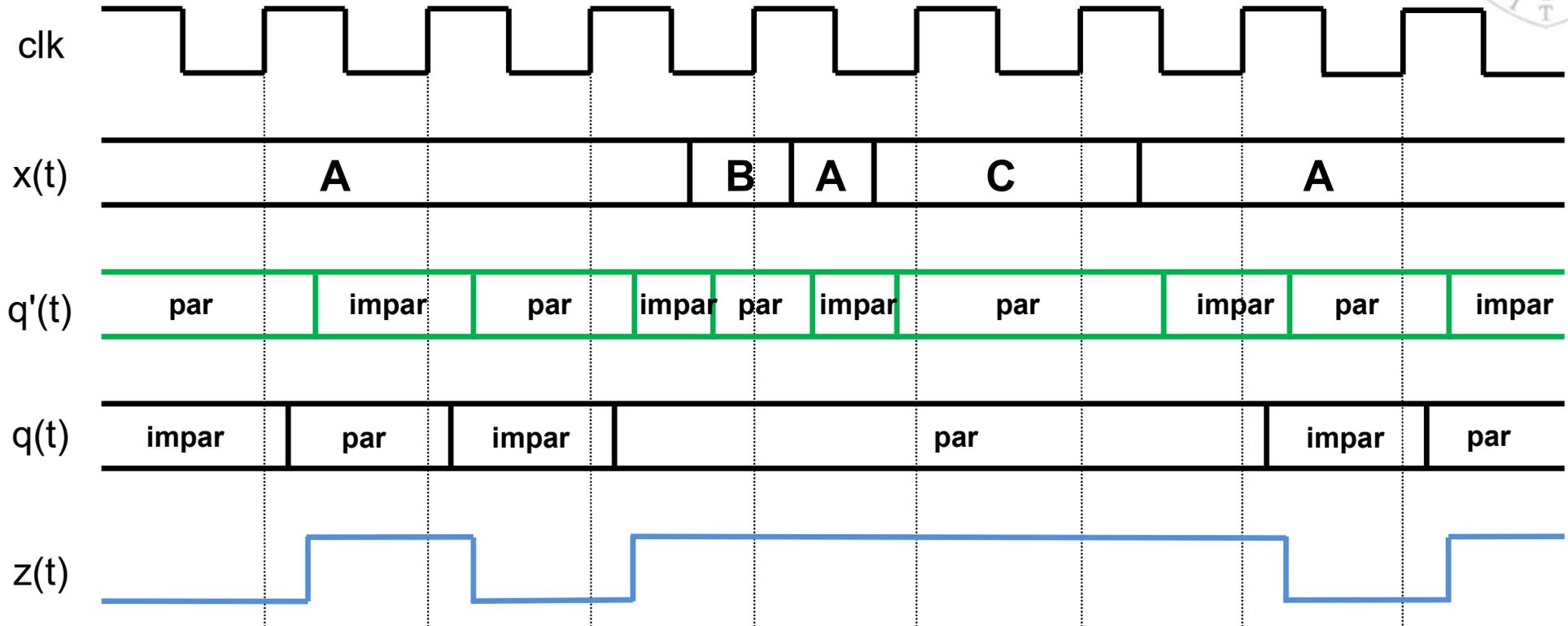
Máquina de Moore

versión 14/07/23

tema 5:
Especificación de sistemas secuenciales síncronos

FC-1

17





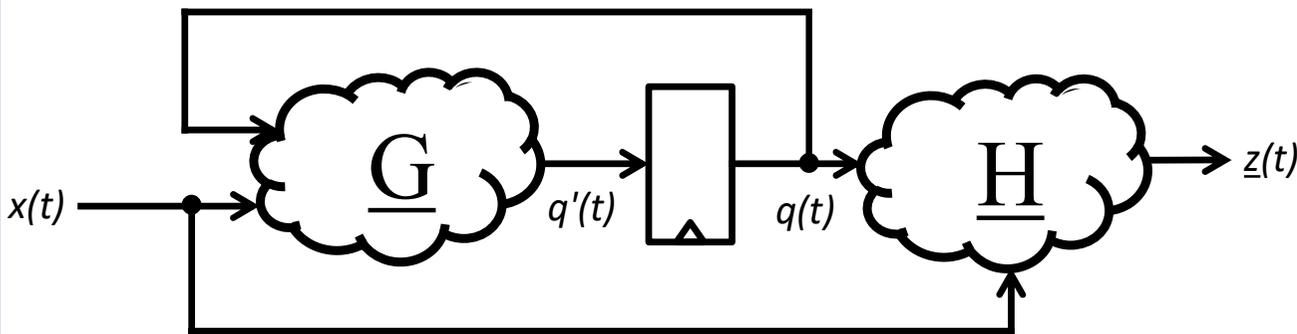
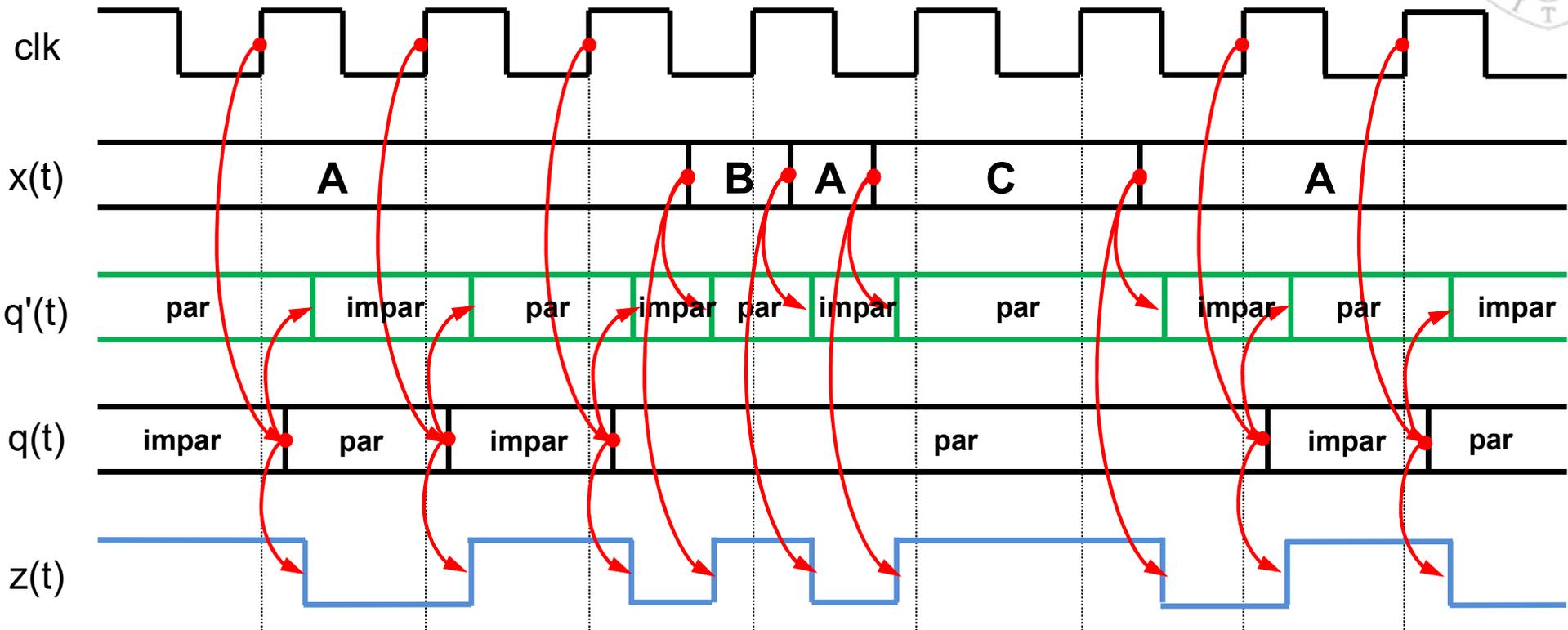
Máquina de Mealy

versión 14/07/23

tema 5: Especificación de sistemas secuenciales síncronos

FC-1

18



q	x	q'	z
par	A	impar	0
par	B	par	1
par	C	par	1
impar	A	par	1
impar	B	impar	0
impar	C	impar	0



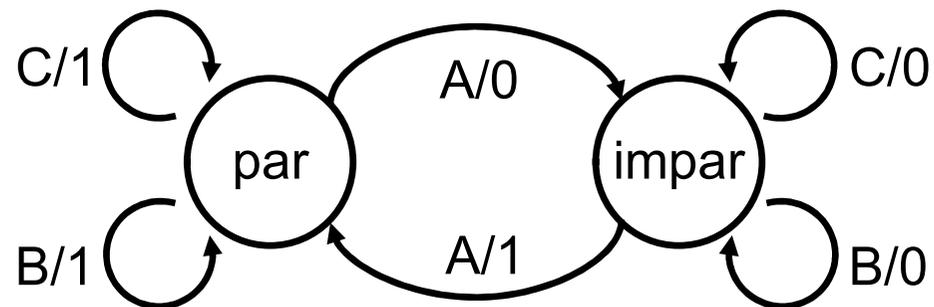
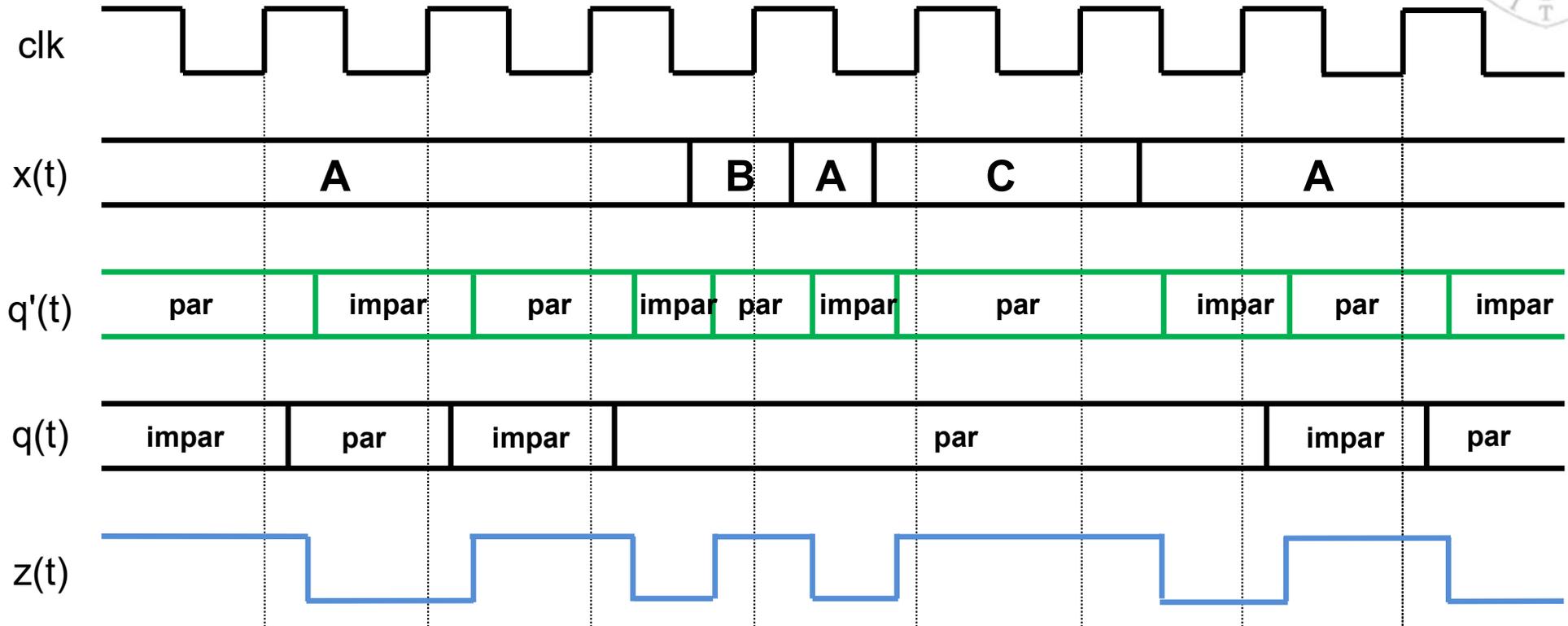
Máquina de Mealy

versión 14/07/23

tema 5:
Especificación de sistemas secuenciales síncronos

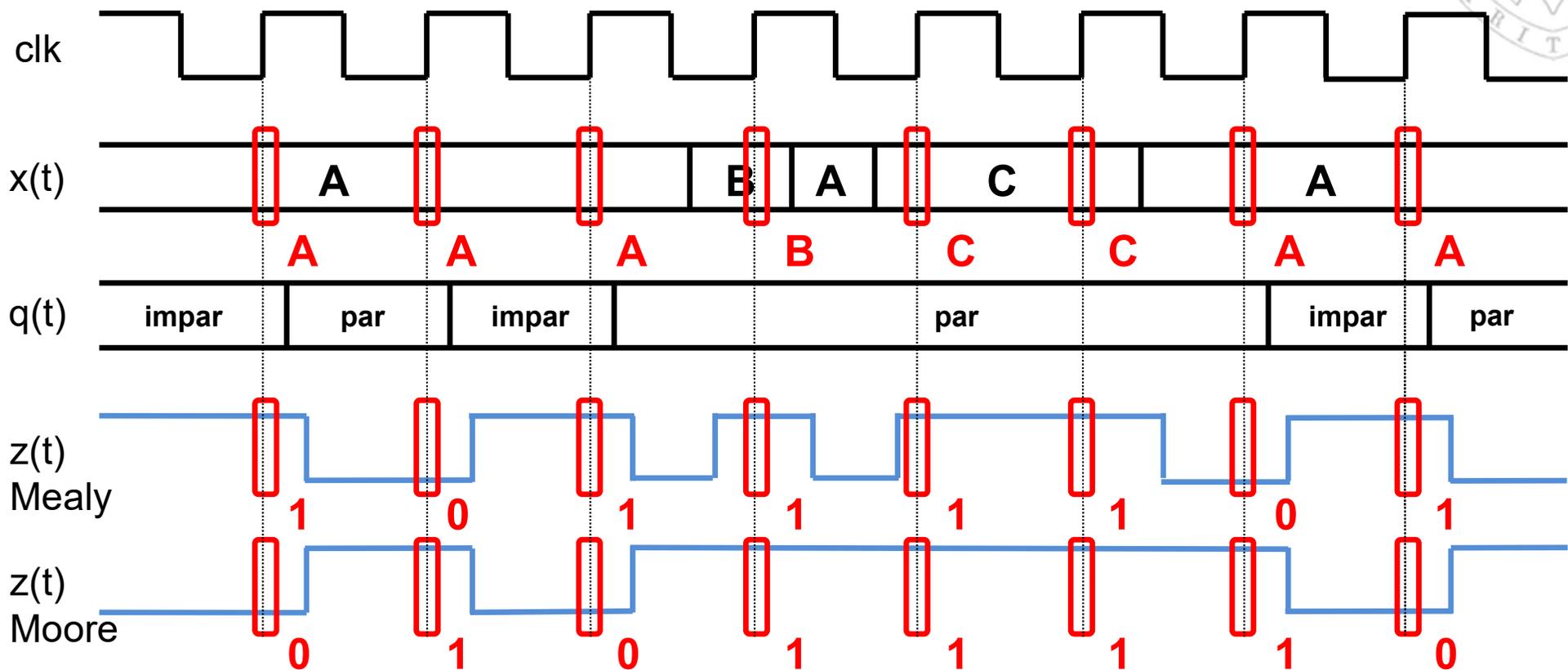
FC-1

19





Mealy vs. Moore



- Las salidas de las máquinas Moore y Mealy son notablemente diferentes.
 - Pero como, típicamente, son leídas por otro sistema sincronizado con el mismo reloj, solo son relevantes los valores existentes en los flancos de reloj.
- Por ello, a efectos prácticos, la salida de la máquina de Moore equivale a la de Mealy pero con un ciclo de retraso.

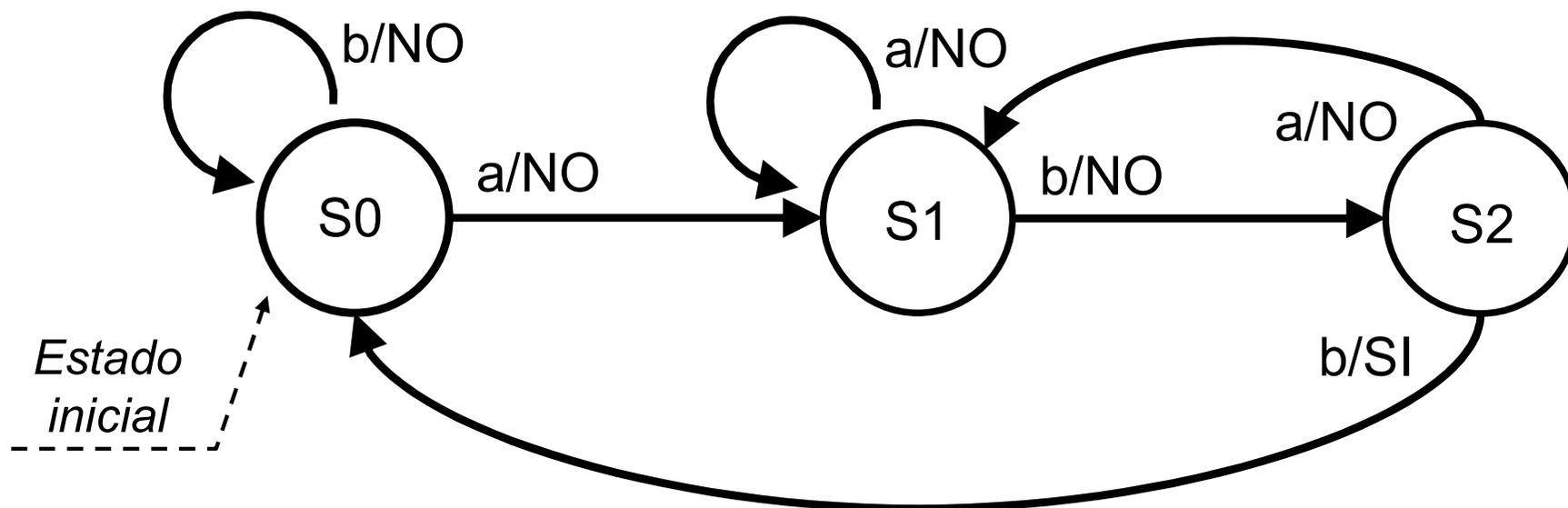


Reconocedor del patrón "abb"

$$z(t) = \begin{cases} \text{SI} & \text{si } x(t-2)=a \text{ y } x(t-1)=b \text{ y } x(t)=b \\ \text{NO} & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Máquina de Mealy

- Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"



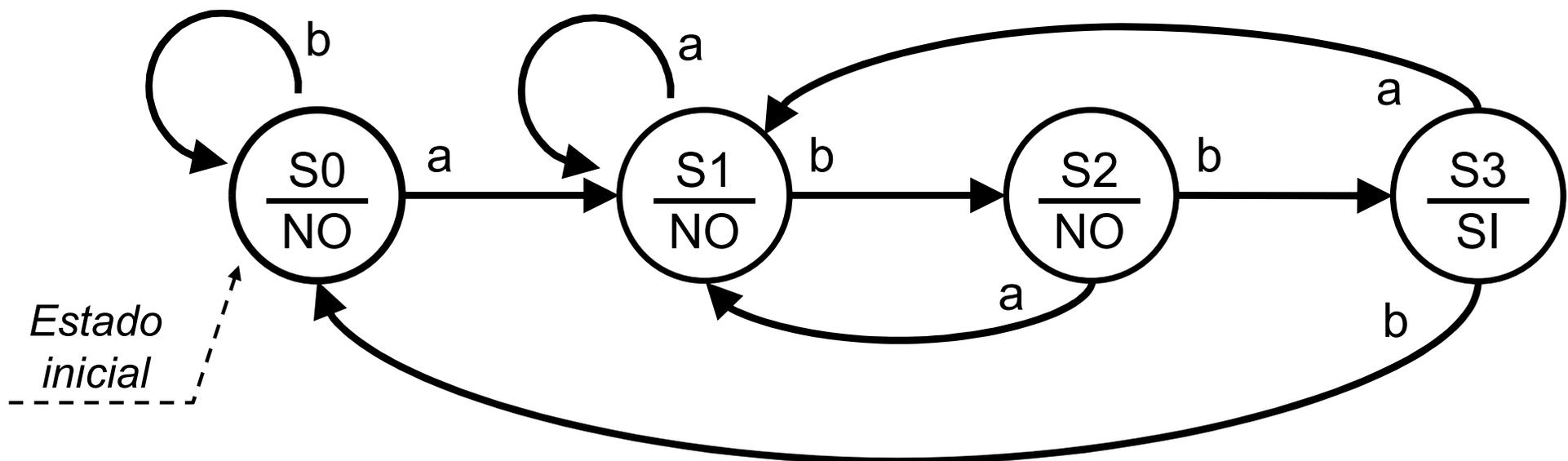


Reconocedor del patrón "abb"

$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-3)=a \text{ y } x(t-2)=b \text{ y } x(t-1)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Máquina de Moore

- Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"
- Estado S3: ha llegado el patrón "abb"



Acerca de *Creative Commons*



■ Licencia CC (**Creative Commons**)

- Ofrece algunos derechos a terceras personas bajo ciertas condiciones. Este documento tiene establecidas las siguientes:



Reconocimiento (*Attribution*):

En cualquier explotación de la obra autorizada por la licencia hará falta reconocer la autoría.



No comercial (*Non commercial*):

La explotación de la obra queda limitada a usos no comerciales.



Compartir igual (*Share alike*):

La explotación autorizada incluye la creación de obras derivadas siempre que mantengan la misma licencia al ser divulgadas.

Más información: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>