



PROBLEMAS DE FUNDAMENTOS DE COMPUTADORES I TEMA 2

Problemas básicos:

1. Usando los mapas de Karnaugh, obtenga expresiones como mínima SDP de las funciones:

a) $f(a,b,c,d) = \Sigma m(0,4,6,10,11,13)$

b) $f(a,b,c,d) = \Sigma m(3,4,7,11,12,14,15)$

c) $f(a,b,c,d,e) = \Sigma m(0,2,3,4,5,12,13,18,19,20,21,25,27,28,29,31)$

2. Empleando los mapas de Karnaugh, encuentre expresiones como suma de minterms de las funciones:

$$f_1(a,b,c,d) = f_\alpha(a,b,c,d) \cdot f_\beta(a,b,c,d)$$

$$f_2(a,b,c,d) = f_\alpha(a,b,c,d) + f_\beta(a,b,c,d)$$

$$f_3(a,b,c,d) = f_1(a,b,c,d) \cdot f_2(a,b,c,d)$$

siendo:

$$f_\alpha = ab + bd + \bar{a}\bar{b}c$$

$$f_\beta = \bar{a}b + b\bar{d}$$

3. Se desea diseñar el control de un detector de situaciones de alarma en el hogar. El sistema tiene como entradas:

- FU (se activa cuando el detector de humos reconoce un fuego)
- IN (se activa cuando el detector de agua reconoce una inundación)
- AT (se activa cuando el detector de intrusos identifica movimiento en la terraza)
- AP (se activa cuando el detector de intrusos identifica movimiento en la puerta)

Las salidas que debe proporcionar el sistema son:

- PO (llama a la policía)
- BO (llama a los bomberos)

El comportamiento de la alarma es:

- El sistema debe llamar a la policía cuando se detecta movimiento en la terraza o en la puerta pero no hay inundación ni fuego (ya que en estos casos los detectores de movimiento no son fiables)
- El sistema debe llamar a los bomberos cuando se detecte inundación o fuego

Describa el sistema mediante expresiones de conmutación simplificadas.

4. Obtenga una SDP simplificada equivalente a cada una de las siguientes expresiones de conmutación:

a) $f(a,b) = \bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot b + a \cdot b$

b) $f(a,b,c) = \bar{a} \cdot b + \bar{b} \cdot \bar{c} + a \cdot b + \bar{b} \cdot c$

c) $f(a,b,c) = \overline{(a+b+c)} \cdot \overline{(a \cdot b \cdot c)}$

- d) $f(a, b, c) = \overline{(\bar{a} + b)} \cdot \overline{(\bar{a} + \bar{c})} \cdot \overline{(a \cdot \bar{b} \cdot c)}$
 e) $f(a, b, c) = \bar{a} \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot b \cdot c + \bar{b} \cdot c$
 f) $f(a, b, c, d) = a \cdot b \cdot \bar{c} + b \cdot \bar{c} \cdot \bar{d} + b \cdot c + \bar{c} \cdot d$

Problemas adicionales:

5. Dadas las funciones de conmutación:

- $g_1(a,b,c,d) = \Sigma m(0,1,2,4,6,8,10,13,15)$
 $g_2(b,c,d) = \Sigma m(2,4,5,6,7)$
 $g_3(a,b,c,d) = \Sigma m(0,2,3,4,6,10,11,12,14)$
 $g_4(a,b,c,d) = \Sigma m(1,2,4,6,12)$
 $g_5(a,b,c,d) = \Sigma m(2,3,5,6,13)$

complete las siguientes cadenas de igualdades:

- a) $f_1(a,b,c,d) = g_1 \cdot g_2 = \Sigma m(\dots)$
 b) $f_2(a,b,c,d) = g_1 \oplus g_3 = \Sigma m(\dots)$
 c) $f_3(a,b,c,d) = g_4 \text{ NAND } g_5 = \Sigma m(\dots)$

6. Obtenga la suma de productos canónica equivalente a la expresión de conmutación:

$$Z(x_3, x_2, x_1, x_0) = \overline{(x_3 \cdot x_2)} + x_1 + (x_0 \cdot \bar{x}_1)$$

7. Obtenga una especificación mediante una EC simplificada de un sistema combinacional que acepta como entrada dos números binarios de dos bits, X e Y, y da salida uno si y solo si $X \geq Y$.
8. Obtenga la especificación mediante ECs simplificadas de un conversor de código BCD a Exceso-3.
9. Especifique mediante ECs simplificadas un sistema combinacional capaz de detectar números primos. El sistema admite como entrada números enteros en el rango 0 a 31.
10. Un sistema combinacional tiene una entrada, X, que representa un dígito decimal. La salida, Z, es la entrada dividida entre 2 si $X > 4$. En caso contrario, la salida es el doble de la entrada. Obtenga una especificación mediante ECs simplificadas del sistema suponiendo:
- Que la entrada y la salida se codifican en BCD
 - Ídem en Exceso-3.
11. Una escalera tiene cuatro pisos y un conmutador por piso para controlar la luz. Si todos los conmutadores están apagados la luz está apagada, pero cualquier cambio en un conmutador modifica el estado de la luz. Describa mediante una EC simplificada el sistema combinacional necesario para controlar la luz.
12. Un estudiante será seleccionado para participar en un programa experimental si pertenece, al menos, a uno de los grupos siguientes:
- Varón, sin máster, español
 - Con máster, español, no sabe programar
 - Varón, con máster, español
 - Mujer, con máster, sabe programar
 - Sin máster, español, no sabe programar
 - Mujer, sin máster, española

Se pide:

- a) Especifique mediante una función de conmutación un sistema digital tal que conocidas las características de un estudiante permita determinar automáticamente si será seleccionado para el programa.
- b) Halle un conjunto de requisitos equivalente, pero más simple, para ser seleccionado.

13. El ayuntamiento de Madrid quiere eliminar el peligro que suponen las fuentes ornamentales los días de fuerte viento para el tráfico que circula por los alrededores, para lo cual ha encargado un sistema digital con dos entradas T y V y una salida F, que cumpla las siguientes especificaciones:

- Sensor de tráfico (T_1, T_0): codificado según la tabla adjunta
- Sensor de viento (V_1, V_0): codificado según tabla adjunta.

Siempre que la fuerza del viento sea alta se apaga la fuente ($F = 0$). Siempre que no haya viento o la fuerza de éste sea pequeña se mantendrá la fuente encendida ($F = 1$). Sólo en el caso de viento moderado y densidad de tráfico media o alta se apagará la fuente. Escribir la tabla de verdad que refleja el funcionamiento del sistema.

T_1	T_0	Tráfico
0	0	Bajo
0	1	Medio
1	0	Alto

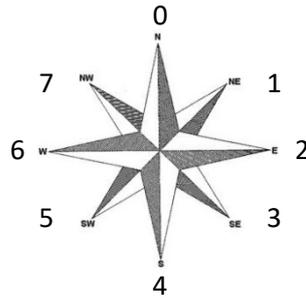
V_1	V_0	Fuerza del Viento
0	0	Sin viento
0	1	Pequeña
1	0	Moderado
1	1	Alta

14. Obtenga una especificación binaria de un sistema para el control de un paso a nivel de la vía férrea Madrid-Segovia. Tiene tres salidas: B indica si la barrera del paso a nivel está bajada (1) o subida (0), y las otras dos indican si está verde o rojo el semáforo que permite pasar trenes en cada uno de los dos sentidos (si P_m es 1 pasan trenes desde Madrid y si P_s es 1 pasan trenes desde Segovia). El sistema debe garantizar que sólo pasa un tren a la vez y nunca está subida la barrera cuando pasa un tren.

El sistema tiene como entrada dos conjuntos de tres variables: las variables M_t, M_m y M_r valen 1 cuando viene un talgo procedente de Madrid, viene un mercancías procedente de Madrid y cuando el tren que viene de Madrid está retrasado respectivamente (sólo vale 1 si viene algún tren y además está retrasado). Las variables S_t, S_m y S_r tienen el mismo significado, pero para los trenes procedentes de Segovia.

El funcionamiento del sistema cuando más de un tren quiere pasar es el siguiente: si sólo uno de los trenes lleva retraso pasa ese en primer lugar y espera el otro. En caso contrario, si sólo uno de los trenes es talgo, el talgo pasa primero; si ninguno es talgo, pasa primero el que va a Madrid y si ambos son talgo, primero pasa el que viene de Madrid.

15. Se desea diseñar un sistema que descodifique el rumbo de un barco. El sistema recibe el rumbo actual por cuatro entradas, N, S, E y W, que se activan cuando el barco lleva el rumbo correspondiente, de manera que, por ejemplo, la entrada NSEW=1010 se corresponde con el rumbo noreste (NE). La salida del sistema debe mostrar el rumbo de la siguiente forma codificado en binario puro:



Especifique el sistema mediante una tabla de verdad y obtenga las expresiones de conmutación simplificadas como suma de productos.

16. Un sistema combinacional para controlar el aparcamiento de una empresa de transportes tiene 4 entradas y 3 salidas. Las entradas indican las características del vehículo: C (1=Camión; 0=Furgoneta), F (1=Aislamiento con cámara frigorífica; 0=Aislamiento convencional), R (1 = Remolque mayor de 5 metros de longitud; 0=Remolque reducido o no remolque), P (1=mercancías peligrosas; 0=mercancías convencionales). Las salidas indican la seguridad, lugar de aparcamiento y turno en función de estas características descritas: Z (1=Zona amplia; 0=Zona convencional), S (1=Seguridad reforzada; 0=Seguridad convencional). T (1=Turno de salida prioritario, 0=Turno de acuerdo al programa). Las condiciones que debe de cumplir el sistema son las siguientes:

- Los vehículos pesados (camiones con o sin remolque y furgonetas con remolque mayor de 5 metros) se aparcan en zona amplia siempre que no transporten mercancías peligrosas. El resto en zona convencional.
- Para los vehículos que transporten mercancías peligrosas la seguridad se verá reforzada. También si el vehículo considerado es un camión y lleva un remolque mayor de 5 metros, además de cámara frigorífica. El resto llevará seguridad convencional.
- Todos los vehículos cuya seguridad esté reforzada, estén aparcados en zona convencional y tengan cámara frigorífica saldrán de forma prioritaria. El resto de vehículos saldrá de acuerdo al programa.

Se pide:

- Obtenga una especificación del sistema en forma de tabla de verdad.
 - Obtenga la implementación como suma de productos mínima.
17. Un sistema combinacional que controla una carrera de regatas tiene 4 entradas y 2 salidas. Las entradas indican las características del barco:

- B (1=extranjero; 0=nacional)
- E (1=eslora mayor de 8 metros; 0=eslora menor o igual a 8 metros)
- M (1=manga mayor de 5 metros; 0=manga menor o igual a 5 metros)
- S (1=equipamiento superior; 0=equipamiento convencional)

Las dos salidas indican la categoría en la que participa el barco en función de sus características:

- C (1=clase I; 0=clase II)
- I (1=instrucciones de tipo A; 0=instrucciones de tipo B)

Para organizar a los barcos se usan las siguientes condiciones:

- Los barcos de bandera extranjera y eslora mayor de 8 metros navegan en Clase II junto a los de bandera española. Los demás, en Clase I.
- Para los barcos pertenecientes a Clase II el conjunto de instrucciones depende del tipo de equipamiento: los barcos con equipamiento superior usan el conjunto de instrucciones A, mientras que los de equipamiento convencional usan el conjunto de instrucciones B.
- Todos los barcos de Clase I usan el conjunto de instrucciones B, salvo que tengan una manga mayor de 5 metros o equipamiento superior, en cuyo caso usan el conjunto de instrucciones A.

Se pide:

- Obtenga una especificación del sistema en forma de tabla de verdad.
- Obtenga la implementación como suma de productos mínima.

18. Obtener las expresiones de conmutación que especifican un sistema para controlar la temperatura de una sala de computadores.

El sistema tiene dos salidas: Una enciende el aire acondicionado y otra enciende la calefacción. La salida Enfriar (E) sólo puede valer 1 en verano y la salida Calentar (C) sólo en invierno.

El sistema tiene las siguientes entradas:

Temperatura °C	T ₁	T ₀		V		D	Modo	M
de 5 a 14°	0	0	Verano	1	Día	1	Ahorro	1
de 15 a 24°	0	1	Invierno	0	Noche	0	Normal	0
de 25 a 34°	1	0						
de 35 a 44°	1	1						

El funcionamiento del sistema es el siguiente:

- Si está en modo ahorro de energía sólo enfría si $T \geq 35^\circ$ y sólo calienta si es de día y $T < 15^\circ$.
- Si no está en modo ahorro de energía, el sistema debe garantizar que la temperatura se mantiene entre 5 y 34° por la noche y entre 15 y 24° por el día.

Problemas de examen:

19. (Febrero 2011) Considere las siguientes expresiones de conmutación:

- $f(x, y, z, w) = \sum m(0,1,8,10,11)$
- $g(x, y, z, w) = \bar{y}z + y\bar{z}$

Obtenga la forma simplificada de $f(x, y, z, w)$ AND $g(x, y, z, w)$.

20. (Junio 2012) Un sistema combinacional recibe como entrada (X) un número del 1 al 6 codificado usando el código Gray de 3 bits. El sistema tiene otra entrada de control (Inc/Dec) que indica si la salida Z es la entrada + 1 o la entrada - 1, es decir:

$$Z = \begin{cases} X + 1 & \text{si } Inc / Dec = 0 \\ X - 1 & \text{si } Inc / Dec = 1 \end{cases}$$

La salida también está codificada en Gray de 3 bits. Se pide:

- a) Obtener la tabla de verdad.
- b) Obtener expresiones simplificadas de las salidas.

Nota: La siguiente tabla muestra la codificación Gray de 3 bits:

0 = (000)	1 = (001)	2 = (011)	3 = (010)	4 = (110)	5 = (111)	6 = (101)	7 = (100)
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

Soluciones

1. al 4. Véanse las transparencias.

$$5. \begin{aligned} a) f_1 &= \sum m(2,4,6,10,13,15) \\ b) f_2 &= \sum m(1,3,8,11,12,13,14,15) \\ c) f_3 &= \sum m(0,1,3,4,5,7,8,9,10,11,12,13,14,15) \end{aligned}$$

$$6. z = \sum m(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,13,14,15)$$

$$7. z = \sum m(0,1,2,3,5,6,7,10,11,15) = \overline{y_1} \overline{y_0} + x_1 x_0 + \overline{y_1} x_0 + \overline{y_1} x_1$$

$$8. \begin{aligned} z_3 &= \sum m(5,6,7,8,9) + \sum d(10 \dots 15) = x_3 + x_2 x_1 + x_2 x_0 \\ z_2 &= \sum m(1,2,3,4,9) + \sum d(10 \dots 15) = \overline{x_2} x_0 + \overline{x_2} x_1 + x_2 \overline{x_1} \overline{x_0} \\ z_1 &= \sum m(0,3,4,7,8) + \sum d(10 \dots 15) = x_1 x_0 + \overline{x_1} \overline{x_0} \\ z_0 &= \sum m(0,2,4,6,8) + \sum d(10 \dots 15) = \overline{x_0} \end{aligned}$$

$$9. z = \sum m(2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31) = \overline{x_4} \overline{x_2} x_1 x_0 + \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2} x_1 + \overline{x_4} x_2 \overline{x_1} x_0 + x_4 \overline{x_3} \overline{x_2} x_0 + x_4 x_3 x_2 x_0 + \overline{x_3} x_1 x_0$$

10. BCD:

$$\begin{aligned} z_3 &= \sum m(4) + \sum d(10 \dots 15) = x_2 \overline{x_1} \overline{x_0} \\ z_2 &= \sum m(2,3,8,9) + \sum d(10 \dots 15) = x_3 + \overline{x_2} x_1 \\ z_1 &= \sum m(1,3,5,6,7) + \sum d(10 \dots 15) = \overline{x_3} x_0 + x_2 x_1 \\ z_0 &= \sum m(6,7) + \sum d(10 \dots 15) = x_2 x_1 \end{aligned}$$

EX3:

$$\begin{aligned} z_3 &= \sum m(6,7) + \sum d(0,1,2,13,14,15) = x_2 x_1 \\ z_2 &= \sum m(4,5,8,9,10,11,12) + \sum d(0,1,2,13,14,15) = \overline{x_1} + x_3 \\ z_1 &= \sum m(3,5,7,9,10,11,12) + \sum d(0,1,2,13,14,15) = x_0 + x_3 x_2 + x_3 x_1 \\ z_0 &= \sum m(3,4,5,6,7,8,11,12) + \sum d(0,1,2,13,14,15) = \overline{x_1} \overline{x_0} + x_1 x_0 + \overline{x_3} \end{aligned}$$

$$11. z = \sum m(1,2,4,7,8,11,13,14) = x_3 \oplus x_2 \oplus x_1 \oplus x_0$$

12. e = español, p = sabe programar, v = varón, m = con máster
 $f(e, p, v, m) = \sum m(5,8 \dots 15) = e + p \overline{v} m$

$$13. f(t_1, t_0, v_1, v_0) = \sum m(0,1,2,4,5,8,9) + \sum d(12 \dots 15)$$

$$14. \begin{aligned} b &= m_t + s_t + m_m + s_m \\ p_m &= m_t m_r + m_t \overline{s_r} + m_t \overline{s_t} \overline{s_m} + m_m m_r \overline{s_r} + m_m \overline{s_t} \overline{s_m} \\ p_s &= \overline{p_m} \end{aligned}$$

$$15. \begin{aligned} z_2(n, s, e, w) &= \sum m(1,4,5,9) + \sum d(0,3,7,11 \dots 15) = w + s \overline{e} \\ z_1(n, s, e, w) &= \sum m(1,2,6,9) + \sum d(0,3,7,11 \dots 15) = n w + \overline{n} e + \overline{n} \overline{s} \\ z_0(n, s, e, w) &= \sum m(5,6,9,10) + \sum d(0,3,7,11 \dots 15) = n e + n w + s e + s w \end{aligned}$$

$$16. \begin{aligned} z(c, f, r, p) &= \sum m(2,6,8,10,12,14) = c \overline{p} + \overline{r} p \\ s(c, f, r, p) &= \sum m(1,3,5,7,9,11,13,14,15) = p + c f r \\ t(c, f, r, p) &= \sum m(5,7,13,15) = f p \end{aligned}$$

17. $c(b, e, m, s) = \sum m(8,9,10,11) = b\bar{e}$
 $i(b, e, m, s) = \sum m(1,3,5,7,9,10,11,13,15) = s + b\bar{e}m$
18. $e(m, v, d, t_1, t_0) = \sum m(11,14,15,27,31) = vt_1t_0 + \bar{m}vdt_1$
 $c(m, v, d, t_1, t_0) = \sum m(4,20) = \bar{v}d\bar{t}_1\bar{t}_0$
19. $f(x, y, z, w) \cdot g(x, y, z, w) = \bar{y}z$
20. $z_2(i, x_2, x_1, x_0) = \sum m(2,5,6,7,13,15) + \sum d(0,4,8,12) = \bar{i}\bar{x}_0 + x_2x_0$
 $z_1(i, x_2, x_1, x_0) = \sum m(1,2,3,6,10,13,14,15) + \sum d(0,4,8,12) = \bar{x}_0 + \bar{i}\bar{x}_2 + ix_2$
 $z_0(i, x_2, x_1, x_0) = \sum m(1,6,7,10,11,13) + \sum d(0,4,8,12) = \overline{i \oplus x_2 \oplus x_1}$